经国家教委中小学教材
审定委员会审查试用

九年义务教育三年制初级中学教科书

代 数

DAI SHU

第一册（上）

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

封面设计　陈圣西
图片摄影　路　遥

ISBN 7-107-01493-5

9 787107 014932 >

ISBN7—107—01493—5
G·2944(课)　定价 5.10 元

九年义务教育三年制初级中学教科书

代　数

第一册（上）

人民教育出版社

（京）新登字113号

顾　　问：丁石孙　丁尔升　梅向明
　　张玺恩　张孝达
主　　编：吕学礼　饶汉昌　蔡上鹤
副 主 编：袁明德
编 写 者：袁明德　李　琳　蔡上鹤
责任编辑：袁明德

九年义务教育三年制初级中学教科书
代　数
第一册（上）
人民教育出版社中学数学室　编著
*
人民教育出版社出版
北京出版社重印
北京市新华书店发行
中国青年出版社印刷厂印刷
*
开本 787×1092　1/32　印张 8.75　插页 1　字数 148 000
1992年10月第1版　1998年6月第6次印刷
印数 1—93 500
ISBN 7-107-01493-5
G·2944(课)　定价：5.10元
如发现印装质量问题影响阅读请与印厂联系
电话：65026461 转技质科

说　明

一、这套九年义务教育三年制初级中学教科书《代数》第一至三册（其中第一册分上、下两册），是根据国家教委颁发的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划（试用）》、《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用）》编写的.

二、本书从1990年秋季起，在全国二十几个省、自治区、直辖市的数十万学生中进行了试验，并于1992年经国家教委中小学教材审定委员会审查通过.

三、本书是《代数》第一册上册，内容包括代数初步知识、有理数、整式的加减和一元一次方程等四章，供六三制初中一年级第一学期使用，每周5课时.

四、本书在体例上有下列特点：

1. 每章均有一段配有插图的引言，可供学生预习用，也可作为教师导入新课的材料.

2. 每小节前均有一方框，对学生概要地提出了学习本小节的基本要求.

3. 在课文中适当穿插了“想一想”与“读一读”等栏目，其中“想一想”是供学生思考的一些问题，“读一读”是供学

生阅读的一些短文. 这两个栏目是为扩大知识面、增加趣味性而设的，其中的内容不作为教学要求，只供学生课外参考.

4. 每章后面均安排有“小结与复习”，其中的学习要求是对学生学完全章后的要求，它略高于小节前的要求.

5. 每章最后均配有一套“自我测验题”，用作学生自己检查学完这一章后，能否达到这一章的基本要求.

6. 全书最后附有部分习题的答案，供学生在做习题后，能及时进行对照，大致了解自己解题正确与否.

7. 本书的习题分为练习、习题、复习题三类. 练习供课内巩固用；习题供课内或课外作业选用；复习题供复习每章时选用. 其中习题、复习题的题目分为 A，B 两组，A 组是属于基本要求范围的，B 组带有一定的灵活性，仅供学有余力的学生选用.

五、本书在编写过程中征求了部分教师和教研人员的意见，在此向北京市的王占元、明知白、郭立昌、臧龙光、魏榕彬，天津市的刘玉翘、李荫国、吴迪生，吉林省的于茂之，江苏省的杨裕前和湖北省的冯善庆等同志表示衷心的感谢.

人民教育出版社数学室

1992 年 10 月

上图：《隋书·律历志》，其中有关于祖冲之圆周率的记载。

左图：我国古代数学家祖冲之（公元429～500年）像。

上图：我国古代数学家刘徽（魏晋时期）像。

左图：刘徽注《九章算术》（宋刻本），其中有关于正负数、方程的内容。

目　录

本书数学符号 …… 1
第一章　代数初步知识 …… 2
1.1　代数式 …… 4
1.2　列代数式 …… 10
1.3　代数式的值 …… 14
1.4　公式 …… 18
读一读　谈谈储蓄的利息 …… 24
1.5　简易方程 …… 25
小结与复习 …… 33
复习题一 …… 36
自我测验一 …… 41
第二章　有理数 …… 42
一　有理数的意义 …… 44
2.1　正数与负数 …… 44
2.2　数轴 …… 52
2.3　相反数 …… 59
2.4　绝对值 …… 62
二　有理数的运算 …… 67
2.5　有理数的加法 …… 67
2.6　有理数的减法 …… 78

读一读　中国是最早使用负数的国家 …… 84
2.7　有理数的加减混合运算 …… 85
读一读　实际中的正负数 …… 90
2.8　有理数的乘法 …… 91
2.9　有理数的除法 …… 100
读一读　求平均数 …… 106
2.10　有理数的乘方 …… 108
2.11　有理数的混合运算 …… 113
2.12　近似数与有效数字 …… 118
2.13　平方表与立方表 …… 123
小结与复习 …… 130
复习题二 …… 133
自我测验二 …… 137
第三章　整式的加减 …… 138
3.1　整式 …… 140
3.2　同类项 …… 149
3.3　去括号与添括号 …… 156
3.4　整式的加减 …… 164
读一读　内容丰富的数—0 …… 169
小结与复习 …… 170
复习题三 …… 173
自我测验三 …… 177
第四章　一元一次方程 …… 178
一　等式和方程 …… 180

4.1 等式和它的性质 …… 180
4.2 方程和它的解 …… 186
二 一元一次方程的解法和应用 …… 190
4.3 一元一次方程和它的解法 …… 190
读一读 同解方程 …… 210
4.4 一元一次方程的应用 …… 212
读一读 关于代数的故事 …… 236
小结与复习 …… 238
复习题四 …… 241
自我测验四 …… 245
附录 部分习题答案 …… 247

本书数学符号

$+$	加号，正号
$-$	减号，负号
$\times$ 或 $\cdot$	乘号
$\div$	除号
$:$	比号
$\%$	百分号
$=$	等号
$<$	小于号
$>$	大于号
$\approx$	约等号
$\neq$	不等号
$\|\ \|$	绝对值号
$(\ )$	小括号
$[\ ]$	中括号
$\{\ \}$	大括号

第一章

代数初步知识

中学的数学课，是从学习代数开始的．在代数课上，都学习些什么呢？初中代数和小学数学有什么关系呢？让我们先看下面的例子．

一列火车保持一定的速度行驶，每小时行驶 60 千米，这列火车行驶的路程与时间如下表：

时间（时）	1	2	3	4	5	…
路程（千米）	60	120	180	240	300	…

如果用字母 t 表示火车行驶的小时数，那么火车在这段时间行驶的千米数就是

$$60t(\text{即 } 60\times t).$$

也就是说，这列火车 t 小时行驶了 $60t$ 千米．这样就可以简明地把火车行驶的路程与时间的关系表示出来．如果知道火车行驶了 7 小时，即 $t=7$，那么火车行驶的路程就是

$$60t=60\times 7=420(\text{千米}).$$

从上例可以看出，用字母表示数有时可以给我们带来方便．用字母表示数是代数的一个重要特点．小学已经学过一些这方面的知识，下面我们就从用字母表示数开始初中代数的学习．

1.1 代数式

1. 认识用字母表示数的意义.
2. 能说出一个代数式所表示的数量关系.

我们先来看用字母表示数的几个例子.

对于加法，我们有：

$$3+5=5+3;$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2};$$

……

就是说，**两个数相加，交换加数的位置，和不变**. 这是**加法交换律**. 如果用 a，b 分别表示任意两个数，加法交换律可以表示成

$$a+b=b+a.$$

对于乘法，我们有：

$$7\times 9=9\times 7;$$

$$\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{6}\times\frac{2}{3};$$

……

就是说，**两个数相乘，交换因数的位置，积不变**. 这是**乘法交换律**. 乘法交换律也可以用字母表示成

$$ab=ba.$$

我们还学过用字母表示的加法结合律、乘法结合律、分配律.

下面再看几个用字母表示数的例子.

(1) 从甲地到乙地的路程是 15 千米，步行要 3 小时，骑自行车要 1 小时，乘汽车要 0.25 小时. 步行、骑车、乘汽车的速度各是多少？

步行速度：$15\div3=5$ (千米/时[1]).

骑车速度：$15\div1=15$(千米/时).

乘汽车速度：$15\div0.25=60$(千米/时).

如果用 s 表示路程(单位：千米)，t 表示时间(单位：小时)，v 表示速度(单位：千米/时)，那么就有

$$v=\frac{s}{t}.$$

(2) 一个正方形的边长是 a cm[2] (厘米)，这个正方形的周长是多少？面积是多少？

用 l 表示周长(单位：cm)，那么

$$l=4a.$$

用 S 表示面积(单位：cm^2)，那么

$$S=a^2.$$

---

[1] 千米/时是速度单位，读作千米每小时. 如 5 千米/时，读作 5 千米每小时，意义是每小时移动 5 千米. 常用速度单位还有米/秒等.

[2] 常用的长度单位及其符号表示是米(m)，厘米(cm)，毫米(mm)，千米(km). 相应的面积、体积单位则是平方米(m^2)，立方米(m^3)等.

从上面的例子可以看出，用字母表示数，可以把数或数量关系简明地表示出来．在公式与方程中都用字母表示数，这给运算也带来方便．

上面的例子中出现了 5，a，$4a$，ab，$a+b$，$\frac{s}{t}$，a^2 这样的式子．像这样的式子都是**代数式**．

注意 (1) 在代数式中出现的乘号，通常简写作“·”或者省略不写．如 $4\times a$ 可以写作 $4\cdot a$ 或 $4a$(数字应写在字母前)，$2\times(a+b)$可以写作 $2\cdot(a+b)$或 $2(a+b)$．数字与数字相乘一般仍用“×”号．

(2) 在代数式中出现除法运算时，一般按照分数的写法来写．如 $s\div t$ 写作$\frac{s}{t}$，$ah\div 2$ 写作$\frac{ah}{2}$．

例 1 填空：

(1) 每包书有 12 册，n 包书有____册；

(2) 温度由 t ℃ 下降 2 ℃ 后是____℃；

(3) 棱长是 a cm 的正方体的体积是____ cm^3；

(4) 产量由 m 千克增长 10%，就达到____千克．

解：(1) $12n$；　　(2) $(t-2)$；

(3) a^3；　　(4) $(1+10\%)m$．

注意 第 (2) 小题中，因为式子后面有单位，所以 $t-2$ 要加括号，写成 $t-2$℃ 就不对了．

例 2 说出下列代数式的意义：

(1) $2a+3$；　　(2) $2(a+3)$；

(3) $\frac{c}{ab}$；　　(4) $a-\frac{c}{b}$；

(5) a^2+b^2；　　(6) $(a+b)^2$.

解：(1) $2a+3$ 的意义是 $2a$ 与 3 的和；

(2) $2(a+3)$的意义是 2 与 $a+3$ 的积；

(3) $\frac{c}{ab}$的意义是 c 除以 ab 的商或 c 比 ab；

(4) $a-\frac{c}{b}$的意义是 a 减去$\frac{c}{b}$的差；

(5) a^2+b^2 的意义是 a、b 的平方的和；

(6) $(a+b)^2$ 的意义是 a 与 b 的和的平方.

练　习

1. 填空：

(1) n 箱苹果重 P 千克，每箱重____千克；

(2) 甲身高 a cm，乙比甲矮 b cm，乙身高____cm；

(3) 底为 a，高为 h 的三角形的面积是____；

(4) 全校学生总数是 x，其中女生占 48%，女生人数是____.

2. 说出下列代数式的意义：

(1) $2a-3c$；　　(2) $\frac{3a}{5b}$；

(3) $ab+1$；　　(4) a^2-b^2.

习 题 1.1

A 组

1. 一个三角形的三条边分别长 a, b, c，求这个三角形的周长.
2. 张强比王华大 3 岁，当张强 a 岁时，王华的年龄是多少？
3. 飞机的速度是汽车的 40 倍，自行车的速度是汽车的 $\frac{1}{3}$. 如果汽车的速度是 v 千米/时，那么，飞机与自行车的速度各是多少？
4. a 千克大米的售价是 6 元，1 千克大米售多少元？
5. 圆的半径是 R cm，它的面积是多少？
6. 用字母表示：
   (1) **加法结合律——三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变；**
   (2) **乘法结合律——三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变；**
   (3) **分配律——一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加.**
7. 说出下列代数式的意义：
   (1) $3x+6$；　　(2) $5(x-2)$；
   (3) $\frac{n+1}{n-1}$；　　(4) a^3+b^3.

B 组[1]

1. 用代数式表示：

(1) 长为 a 米，宽为 b 米的长方形的周长；

(2) 宽为 b 米，长是宽的 2 倍的长方形的周长；

(3) 长为 a 米，宽是长的 $\frac{1}{3}$ 的长方形的周长；

(4) 宽为 b 米，长比宽多 2 米的长方形的周长.

2. 指出下列每小题中，两个代数式的意义有什么不同：

(1) $a-b+c$ 与 $a-(b+c)$；

(2) $2m-1$ 与 $2(m-1)$；

(3) $\frac{1}{2}a$ 与 $\frac{1}{2}+a$；

(4) $a+\frac{c}{b}$ 与 $\frac{c}{a+b}$.

3. (1) 利用乘法可以把 $2+2+2$ 表示成 2×3. 如果用 a 表示任意一个数，利用乘法可以把 $a+a+a$ 表示成什么？

(2) 利用分配律可以得到 $2\times6+3\times6=(2+3)\times6$. 如果用 a 表示任意一个数，那么利用分配律可以得到 $2a+3a$ 等于什么？

---

[1] 本书中的 *B* 组题是供学有余力的同学选做的，没有时间可以暂时不做.

1.2 列代数式

能把简单的与数量有关的词语用代数式表示出来.

在解决一些实际问题时，往往需要先把问题中与数量有关的词语，用含有数、字母和运算符号的式子表示出来，也就是列出代数式.

例 1 设甲数为 x，用代数式表示乙数：

(1) 乙数比甲数大 5；

(2) 乙数比甲数的 2 倍小 3；

(3) 乙数比甲数大 16%；

(4) 乙数比甲数的倒数小 7.

解：(1) $x+5$；　　(2) $2x-3$；

(3) $(1+16\%)x$；　　(4) $\frac{1}{x}-7$.

例 2 设甲数为 a，乙数为 b，用代数式表示：

(1) 甲乙两数的和的 2 倍；

(2) 甲数的 $\frac{1}{3}$ 与乙数的 $\frac{1}{2}$ 的差；

(3) 甲乙两数的平方和（即平方的和）；

(4) 甲乙两数的和与甲乙两数的差的积.

解：(1) $2(a+b)$；　　(2) $\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}b$；

(3) a^2+b^2；　　(4) $(a+b)(a-b)$.

注意 通常 a 与 b 的差指的是 $a-b$，而 b 与 a 的差指的是 $b-a$.

例 3 用代数式表示：

(1) 被 3 整除得 n 的数；

(2) 被 5 除商 m 余 2 的数.

解：(1) $3n$；

(2) $5m+2$.

练 习

1. 用代数式表示：

(1) 比 a 小 3 的数；

(2) 比 b 的一半大 5 的数；

(3) 比 x 的平方大 0.7 的数；

(4) 比 y 的倒数小 $\frac{3}{4}$ 的数.

2. 用代数式表示：

(1) a 的 3 倍与 b 的 2 倍的和；

(2) x 的 $\frac{4}{5}$ 与 $\frac{1}{3}$ 的差；

(3) a 与 b 的和的 60%；

(4) x 与 4 的平方差（即平方的差）.

3. 用代数式表示：

(1) 被 2 整除得 n 的数；

(2) 被 2 除商 n 余 1 的数.

习 题 1.2

A 组

1. 设字母 a 表示一个数，用代数式表示：

(1) 这个数与 5 的和的 3 倍；

(2) 这个数与 1 的差的 $\frac{1}{4}$；

(3) 这个数的 5 倍与 7 的和的一半；

(4) 这个数的平方与这个数的 $\frac{1}{3}$ 的和.

2. 设甲数为 x，乙数为 y，用代数式表示：

(1) 甲数的 2 倍与乙数的 $\frac{1}{3}$ 的和；

(2) 甲数的 $\frac{1}{4}$ 与乙数的 3 倍的差；

(3) 甲乙两数的积减去甲乙两数的和；

(4) 甲乙两数的差除以甲乙两数的积.

3. 用代数式表示：

(1) 比 a 与 b 的和小 3 的数；

(2) 比 a 与 b 的积的 2 倍大 5 的数；

(3) 比 a 与 b 的差的一半小 1 的数；

(4) 比 a 除以 b 的商的 3 倍大 8 的数.

4. 用代数式表示：

(1) 与 $a-1$ 的和是 25 的数；

(2) 与 $2b+1$ 的积是 9 的数；

(3) 与 $2x^2$ 的差是 x 的数；

(4) 除以 $y+3$ 的商是 y 的数.

B 组

1. 设教室里座位的行数是 m，用代数式表示：

(1) 教室里每行的座位数比座位的行数多 6，教室里总共有多少座位？

(2) 教室里座位的行数是每行座位数的 $\frac{2}{3}$，教室里总共有多少座位？

2. (1) 体校里男生人数占学生总数的 60%，女生的人数是 a，学生总数是多少？

(2) 体校里男生人数是 x，女生人数是 y，教练人数与学生人数的比是 1∶10，教练人数是多少？

3. 已知一个长方形的周长是 24 cm，一边长 a cm.

(1) 求这个长方形另一边的长；

(2) 求这个长方形的面积.

4. 设 n 表示任意一个整数，利用含有 n 的代数式表示：

(1) 任意一个偶数；

(2) 任意一个奇数.

想一想

用＋、－、×、÷的运算符号以及括号，把四个 4 连结成一个算式，使这个算式的结果分别等于从 1 到 9 这九个数. 例如，$(4+4)\div(4+4)=1$.

1.3 代数式的值

能用具体数值代替代数式中的字母，求出代数式的值.

为了开展体育活动，学校要添置一批排球，每班配 2 个，学校另外留 10 个. 总共需要多少个排球？

如果全校的班数是 n，那么排球总数就是

$$2n+10.$$

如果班数是 15(即 $n=15$)，那么排球总数就是

$$2n+10=2\times15+10=40.$$

如果班数是 20(即 $n=20$)，那么排球总数就是

$$2n+10=2\times20+10=50.$$

可以看出，当 n 取不同数值时，代数式 $2n+10$ 的计算结果也不同. 我们说，当 $n=15$ 时，代数式 $2n+10$ 的值是 40；当 $n=20$ 时，代数式 $2n+10$ 的值是 50.

一般地，用数值代替代数式里的字母，按照代数式指明的运算，计算出的结果，就叫做**代数式的值**.

例 1 当 $x=7$，$y=4$，$z=0$ 时，求代数式 $x(2x-y+3z)$ 的值.

解：$x(2x-y+3z)=7\times(2\times7-4+3\times0)$

$=7\times(14-4)=70.$

例 2 根据下面 a，b 的值，求代数式 $a^2-\frac{b}{a}$ 的值：

(1) $a=4$，$b=12$；　　(2) $a=3$，$b=2$.

解：(1) 当 $a=4$，$b=12$ 时，

$$a^2-\frac{b}{a}=4^2-\frac{12}{4}$$

$$=16-3=13;$$

(2) 当 $a=3$，$b=2$ 时，

$$a^2-\frac{b}{a}=3^2-\frac{2}{3}$$

$$=9-\frac{2}{3}=8\frac{1}{3}.$$

练　习

1. (1) 当 $x=2$ 时，求代数式 x^2-1 的值；

   (2) 当 $x=\frac{1}{3}$，$y=\frac{1}{4}$ 时，求代数式 $x(x-y)$ 的值.

2. 填表：

a	b	$a+b$	$a-b$	ab	$\frac{a}{b}$	$\frac{b}{a}$
18	12	30				

习 题 1.3

A 组

1. 填表：

a	1	1.5	2	$2\frac{1}{3}$	2.6
$\frac{1}{2}a+3$					
$2a^2-1$					

2. 填表：

x / y	9	1.5	$\frac{5}{6}$
4		0.5	$\frac{3}{6}$
$x(x+y)$			
$y(x-y)$			
$\frac{x-y}{x+y}$			

3. 当 $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{3}$ 时，求下列代数式的值：

(1) $(a+b)^2$；　　(2) $(a-b)^2$.

4. 当 $x=5$，$y=3$ 时，求代数式 $\frac{2x-3y}{3x+2y}$ 的值.

5. 当 $a=2$，$b=1$，$c=3$ 时，求下列代数式的值：

(1) $c-(c-a)(c-b)$；　　(2) $\frac{c-b}{a+b}$.

B 组

1. 填表：

(1)

a	b	$a+b$	$a-b$	$\frac{a}{b}$
	5			3

(2)

m	n	$m+n$	$m-n$	$\frac{n}{m}$
		10	6	

2. 填表：

n	0	1	2	3	4	5	6
$n+1$							
$(n+1)^2$							
n^2+2n+1							

你能从填好的表中找出什么规律吗？

想一想

你能很快算出来吗？

看下面几个算式：

$21\times29=609$；

$23\times27=621$；

$25\times25=625$.

注意到每个式子左边的两个因数的十位上的数相同，个位上的数的和是 10. 找出上面三个算式中的规律，再算一下：

(1) 22×28；　　(2) 24×26；

(3) 33×37；　　(4) 45×45.

1.4 公式

能利用公式解决简单的实际问题.

用字母表示数的一类重要应用就是公式，在小学，我们已经学习过许多公式.

例如，用 s 表示路程，v 表示速度，t 表示时间，就可以得到路程公式

$$s=vt.$$

知道 v，t 的值，就可以利用这个公式求出 s 的值.

此外，我们还学过各种有关面积、体积的公式. 很多实际问题都要用到公式.

例 1 图 1-1 是一个梯形，下底 $a=2.8$ m（米），上底 $b=0.8$ m，高 $h=1.5$ m，利用梯形面积公式求这个梯形的面积 S.

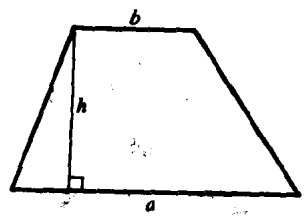


图 1-1

解：$S=\frac{1}{2}(a+b)h$

$=\frac{1}{2}(2.8+0.8)\times 1.5$

$=\frac{1}{2}\times 3.6\times 1.5$

$=2.7(\text{m}^2)$.

答：所求梯形的面积是 2.7 m^2（平方米）.

例 2 图 1-2 是一个环形，外圆半径 $R=15$ cm，内圆半径 $r=10$ cm. 求这个环形的面积.

分析：为了方便，分别设外圆、内圆、环形的面积为 $S_{外圆}$，$S_{内圆}$，$S_{环形}$. 由图可知，

$$S_{环形}=S_{外圆}-S_{内圆}.$$

进一步利用圆面积公式就可得出结果.

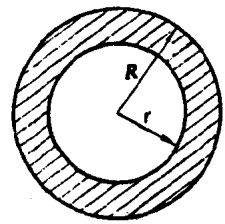


图 1-2

解：$S_{环形}=S_{外圆}-S_{内圆}$

$$=\pi R^2-\pi r^2$$

$$=3.14\times15^2-3.14\times10^2$$

$$=3.14\times225-3.14\times100$$

$$=706.5-314=392.5(\text{cm}^2).$$

答：这个环形的面积是 392.5 cm^2.

在例 2 解题过程中出现的关系式

$$S_{环形}=\pi R^2-\pi r^2$$

实际上就是环形面积公式. 从上面可以看出，借助于一些已知公式（如例 2 中的圆面积公式），可以导出一些新的公式.

练 习

1. 写出三角形、长方形、平行四边形的面积公式.

2. 计算底 $a=3.5$ cm，高 $h=2.25$ cm 的三角形的面积.

3. 已知长方形的长是宽的 1.6 倍. 如果用 a 表示宽，那么这个长方形的周长 l 是多少？当 $a=12$ cm 时，求 l.

商店出售一种瓜子，数量 x 与售价 c 之间的关系如下表：

数量 x（克）	售价 c（元）
100	0.30+0.05
200	0.60+0.05
300	0.90+0.05
400	1.20+0.05
500	1.50+0.05

表内售价栏中的 0.05 是塑料袋的价钱.

怎样用含 x 的代数式表示 c 呢？在 c 这一栏中的数是两部分的和. 先看“+”号前的部分与 x 的关系：

$$\frac{0.30}{100}=\frac{0.60}{200}=\cdots=\frac{3}{1000}.$$

因此，得前一部分是 $\frac{3}{1000}x$，再加上 0.05，得

$$c=\frac{3}{1000}x+0.05.$$

这就是售价 c 的公式.

例 3 利用瓜子售价公式 $c=\frac{3}{1000}x+0.05$，计算 350 克瓜子的售价.

解：$c=\frac{3}{1000}x+0.05$

$=\frac{3}{1000}\times 350+0.05$

$=1.05+0.05$

$=1.1$(元).

答：350 克瓜子的售价是 1.1 元.

练 习

1. 一种树苗的高度用 h 表示，树苗生长的年数用 a 表示，测得的有关数据如下表（树苗原高 100 cm）：

年数 a	高度 h（cm）
1	100+5
2	100+10
3	100+15
4	100+20
…	…

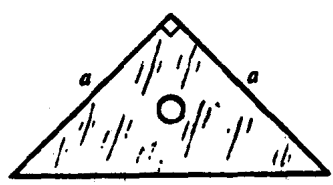
写出用年数 a 表示高度 h 的公式.

2. 利用上题的公式计算生长了 6 年的树苗的高度.

习 题 1.4

A 组

1. 写出正方体、长方体、圆柱的体积公式.
2. 如果圆锥的底面半径是 R，高是 h，那么它的体积 V 是多少？设 $R=15$ cm，$h=16$ cm，求 V（体积单位是 cm^3，即立方厘米，π 取 3.14）.
3. 教室的墙上贴有长方形的壁纸，每张壁纸长 a m，宽 b m. 如果教室的墙面积是 S m^2，那么所贴的壁纸数 n 是多少？设 $a=1.2$，$b=0.8$，$S=72$，求 n.
4. 一辆汽车从 A 地出发，行驶了 s_0 米之后，又以 v 米/秒的速度行驶了 t 秒，这辆汽车所行驶的全部路程 s 是多少？设 $s_0=800$，$v=12$，$t=50$，求 s.
5. 一个纸箱，它的长是 a，宽与高都是 b，这个纸箱的表面积 S 是多少？设 $a=60$ cm，$b=40$ cm，求 S.
6. 一个塑料三角板，形状与尺寸如下图，如果中间圆孔的半径为 r，三角板的厚度为 h，这个三角板的体积 V 是多少？设 $a=6$ cm，$r=0.5$ cm，$h=0.2$ cm，求 V（π 取 3.14，结果小数点以后保留 1 位）.



（第 6 题）

7. 商店进了一批货，出售时要在进价（进货的价钱）的基础上加上一定利润，其数量 x 与售价 c 如下表：

数量 x（千克）	售价 c（元）
1	4+0.2
2	8+0.4
3	12+0.6
4	16+0.8
5	20+1

（1）写出用数量 x 表示售价 c 的公式；

（2）计算 3.5 千克货的售价.

B 组

1. 梯形的上底是 a，下底是 b，高是 h，面积是 S. 如果 $a=2$ cm，$h=6$ cm，$S=15$ cm^2. 求下底 b.
2. 青山镇水泥厂以每年产量增长 10%的速度发展，如果第一年的产量是 a，那么第二年的产量是多少？第三年的产量是多少？
3. 3 个球队进行单循环比赛（参加比赛的每一个队都与其他所有的队各赛一场），总的比赛场数是多少？4 个球队呢？5 个球队呢？写出 m 个球队进行单循环比赛时总的比赛场数 n 的公式.

谈谈储蓄的利息

为了鼓励群众支援建设、节约储蓄，对存入银行或信用社的钱，要按规定付给酬金．开始存入的钱叫做**本金**，付给的酬金叫做**利息**，存入的时间叫**期数**．利息的多少与本金、期数有关．每一个期数内的利息与本金的比叫做**利率**．

利息＝本金×利率×期数．

例如，一年定期的存款，月利率是0.945%，存入100元，一年到期后的利息是多少？如果存了16个月才取，利息总共是多少？

一年的利息：100×0.945%×12＝11.34(元)．

16个月的利息：100×0.945%×16＝15.12(元)．

取钱时，既可取回本金，又可得到利息，本金与利息的和叫做**本息和**．

本息和＝本金＋本金×利率×期数．

计算一下，存300元的活期储蓄，月利率是0.24%，3个月后取出，利息是多少，本息和是多少．

1.5 简易方程

1. 会解简单的方程.
2. 会利用简易方程解实际问题.

班上有37名同学，分成人数相等的两队进行拔河比赛，恰好余3人当裁判员. 每个队有多少人？

这个问题怎样解呢？小学学过两种方法. 一种方法是列算式解，具体方法如下.

两队的人数：$37-3=34$(人).

每队的人数：$34\div 2=17$(人).

或者列成一个综合算式：

$$(37-3)\div 2=34\div 2=17(\text{人}).$$

另外一种方法是列方程解，具体方法如下.

设每队有 x 人，两队就是 $2x$ 人，加上余下的3人，就是全班37人. 根据题意，得方程

$$2x+3=37.$$

解这个方程，得

$$x=17.$$

即 每个队有17人.

通常，把前一种列算式的解法叫做算术解法；把后一种列方程的解法叫做代数解法.

小学学过的应用题，既可以用算术方法解，也可以用代数方法解，有时算术方法容易些，有时代数方法容易些．但是，随着学习的深入，遇到的问题也就越来越复杂，将会看到，使用代数方法的优越性越来越大．因此，在初中代数课上，将把方程的知识作为一个重要的内容来学习．当然，在开始学习方程时，还是要从比较简单的问题入手．

在进一步学习有关方程的知识之前，先复习一下小学学过的几个基本概念．

像 $2x+3=37$ 这样含有未知数的等式，叫做**方程**．

使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的**解**．$x=17$ 就是方程 $2x+3=37$ 的解．

求方程的解的过程叫做**解方程**．

怎样解方程呢？小学学过的方法是根据加减法互为逆运算、乘除法互为逆运算的关系来解的．

下面看一个例子．

解方程　$3x+9=24$．

第一步，先把 $3x$ 看作一个数，根据一个加数等于和减去另一个加数，得

$$3x=24-9,$$

$$3x=15.$$

第二步，再根据一个因数等于积除以另一个因数，得

$$x=15\div 3,$$
$$x=5.$$

这是小学学的解方程的方法．在初中代数课上，我们要从另一个角度来解．还以上边这个方程为例．

第一步，看作方程两边都减去 9，得

$$3x+9-9=24-9,$$
$$3x=15.$$

第二步，看作方程两边都除以 3，得

$$3x\div 3=15\div 3,$$
$$x=5.$$

两种方法从不同角度出发，结果是一样的．下面再用后一种方法解一道例题．

例 1 解方程 $\frac{x}{2}-5=11$.

解：方程两边都加上 5，得

$$\frac{x}{2}-5+5=11+5,$$
$$\frac{x}{2}=16.$$

方程两边都乘以 2，得

$$\frac{x}{2}\times 2=16\times 2,$$
$$x=32.$$

这个结果正确吗？可以把 $x=32$ 代入原方程进行检验. 左边 $=\frac{32}{2}-5=16-5=11$，右边 $=11$. 所以 $x=32$ 是原方程的解.

按照新方法解方程，一般采用下面两点：

(1) 方程两边都加上（或减去）同一个适当的数；

(2) 方程两边都乘以（或除以）同一个适当的数.

例 2 解方程 $0.5x-0.5=10$.

解：方程两边都加上 0.5，得

$$0.5x=10.5.$$

方程两边都除以 0.5，得

$$x=21.$$

注意 解简易方程时，不要求写检验这一步. 但同学们在解题时，要自己检查计算有没有出错.

练 习

1. 解下列方程：

(1) $4+x=11$；　　(2) $x-5=17$；

(3) $3x=27$；　　(4) $\frac{x}{4}=6$.

2. 解下列方程：

(1) $2x-5=9$；　　(2) $3x+4=13$；

(3) $0.2x+7=8$；　　(4) $\frac{x}{3}-2=10$.

下面，再通过几个例子，看一下怎样列简易方程解简单应用题.

例 3 用 2 元钱买 3 个笔记本，找回 0.41 元，每个笔记本多少钱？

分析：设每个笔记本 x 元，那么 3 个笔记本就是 $3x$ 元，再加上找回的 0.41 元，即$(3x+0.41)$元，正好等于付出的 2 元钱.

解：设每个笔记本 x 元，根据题意得

$$3x+0.41=2.$$

$$3x=1.59,\ (\text{两边都减去 } 0.41)$$

$$x=0.53.\ (\text{两边都除以 } 3)$$

答：每个笔记本 0.53 元.

列方程解应用题，首先是设未知数为 x(其他字母也可以)，再用代数式表示题中其他有关的数，然后找出题中的相等关系，列出方程，最后解方程.

例 4 教室的面积是 84 m^2，宽是 7 m，求教室的长.

解：设教室的长是 a m，根据题意得

$$7a=84.$$

$$a=12.\qquad (\text{两边都除以 } 7)$$

答：教室的长是 12 m.

此题列方程时运用了长方形面积公式 $S=ab$.

例 5 学校买了一批树苗绿化校园，第一天种了全部树苗的$\frac{1}{3}$，第二天种了 50 棵，两天合计种了 90 棵，学校共买了多少棵树苗？

分析：设学校共买了 x 棵树苗，第一天种了$\frac{1}{3}x$棵，第二天种了 50 棵，合计$\left(\frac{1}{3}x+50\right)$棵，而已知两天合计是 90 棵.

解：设学校共买了 x 棵树苗，得

$$\frac{1}{3}x+50=90.$$

$$\frac{1}{3}x=40,\ (\text{两边都减去 } 50)$$

$$x=120.\ (\text{两边都乘以 } 3)$$

答：学校共买了 120 棵树苗.

练 习

1. 根据下列条件列出方程：

   (1) 一个数减去 3，得 5；

   (2) 一个数的$\frac{1}{3}$是 6；

   (3) 一个数的 2 倍再加上 1，得 9；

   (4) 一个数的一半减去 1，得 3.

2. 长 1.7 m 的铁丝，剪下 5 截等长的小段，还余 0.2 m. 等长的 5 小段每段长多少？

习 题 1.5

A 组

1. 在以下各方程后面的括号内，分别给出了一组数，从中找出方程的解：

(1) $6x+2=14(0,1,2,3)$；

(2) $2x-4=12(4,8,12)$；

(3) $10=3x+1(0,1,2,3)$；

(4) $3=\frac{2}{3}x-1(3,6,9)$.

2. 解下列方程：

(1) $5x+2=32$；　　(2) $8x-23=33$；

(3) $87=10+7x$；　　(4) $45=4x-19$；

(5) $\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$；　　(6) $\frac{1}{9}=\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}$.

3. 列出解下列各题的方程（不要求解方程）：

(1) 汽车上有48箱苹果，苹果共重1200千克，每箱苹果重多少？

(2) 汽车上共有1500千克梨，卸下600千克梨之后，还有30箱，每箱梨重多少？

(3) 汽车上共有梨和苹果1400千克，其中苹果每箱重25千克，梨每箱重15千克. 如果苹果是20箱，那么梨是多少箱？

(4) 汽车上装的是每箱重20千克的梨，卸下700千克梨之后，还剩500千克梨，车上原有多少箱梨？

4. 一根竹竿锯掉三分之一之后，长2.4 m，这根竹竿原来长多少？

5. 一个三角形的面积是 18 cm^2，底边长 15 cm，求这个三角形的高.

6. 把 1200 克洗衣粉分别装入 5 个大小相同的瓶子中，除一瓶还差 75 克外，其余 4 瓶都装满了. 每个瓶子可以装多少洗衣粉?

7. 去林场植树，全程 12 千米. 步行 1 小时 20 分后，离目的地还差 4 千米. 平均每小时步行多少千米?

B 组

1. 在以下各方程后面的括号内，分别给出了一组数，从中找出方程的解：

(1) $3x-2=2x+1$(1,3,5,7)；

(2) $12-2x=16-3x$(1,2,3,4)；

(3) $\frac{1}{2}x-3=\frac{1}{3}x+1$(12,24,36)；

(4) $1.1x-0.4=2-0.5x$(0.5,1.5,2.5).

2. 验证下列说法是否正确：

(1) $5x=3x+6$ 与 $2x=6$ 两个方程的解相同；

(2) $3x=21-4x$ 与 $7x=21$ 两个方程的解相同.

3. 已知梯形的面积是 30 cm^2，下底长 12 cm，高是 3 cm. 求梯形上底长.

4. 甲乙二人同时由 *A* 地步行去 *B* 地. 甲每小时走 5 千米，乙每小时走 3 千米. 当甲到达 *B* 地时，乙距 *B* 地还有 6 千米. 甲走了几小时? *AB* 两地的距离是多少?

小结与复习

一、内容提要

1. 本章由用字母表示数开始，学习了代数的一些基本知识，主要内容是代数式、公式和简易方程. 这些内容既是对小学学过的代数知识的复习、巩固和提高，又是为学习后面的知识作准备.

2. 代数要研究数量和数量关系，用字母表示数可以给这些研究带来方便. 要简明地表示数量和数量关系，常常会用到代数式. 代数式是用基本的运算符号(运算包括加、减、乘、除以及以后要学的乘方、开方）把数、表示数的字母连接而成的式子.

3. 学习代数离不开代数式的运用，而运用代数式时重要的一点就是把与数量有关的语句用代数式表示出来. 用代数式表示数学语句，首先要弄清楚语句中各种数量的意义及相互关系，用适当的字母表示各种数量，然后将字母及数用适当的运算符号连接起来，从而把相应的数量关系表示出来.

4. 在解决具体问题时，往往需要用数值代替代数式里的字母，求出代数式的值. 求代数式的值的时候，

一要弄清楚运算符号，二要注意运算顺序.

5. 一些常用的、基本的数量关系，往往写成公式，以便应用. 应用公式时，首先要弄清楚公式中的字母所表示的数量的意义，然后就可以利用公式由已知数求出所需的未知数. 具体计算时，就是求代数式的值了. 比较简单的公式，有的可以从反映数量关系的一些数据（如数据表）中分析出来，有的可以由已知公式推导出来.

6. 方程是含有未知数的等式，使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解. 求方程的解的过程叫做解方程.

解简易方程的基本方法是：将方程两边同时加上（或减去）一个适当的数；将方程两边同时乘以（或除以）一个适当的数. 最终求出方程的解.

方程是解决数学问题的重要工具. 利用方程解应用题，关键是列方程，先要选取适当的未知数，然后利用题中的相等关系列出方程.

二、学习要求

1. 能把简单的表示数量关系的语句写成代数式.

2. 根据代数式中的字母的给定的值，能准确地求出代数式的值.

3. 能用公式解决简单的实际问题.

4. 能解简易方程，并能用简易方程解简单的应用题.

三、需要注意的几个问题

1. 代数式中的字母可以取什么值，要根据具体问题来确定.

例如，在表示加法交换律的式子

$$a+b=b+a$$

中，a 与 b 可以取我们学过的所有的数.

又如，在速度公式

$$v=\frac{s}{t}$$

中，t 不能取 0.

2. 字母表示数，代数式也表示数，因此数的有关运算规律也适用于代数式.

例如，$5+5+5=5\times3$；同样，

$$a+a+a=a\times3=3a.$$

又如，由 $3\times2=6$ 可得 $3=6\div2$；

同样，由 $vt=s$ 可得 $v=\frac{s}{t}$.

3. 要养成验算的好习惯. 例如，在解方程时要检验结果是否正确. 解简易方程时，检验不作为必写的步骤，可另在算草纸上进行.

复习题一

A 组

1. 用字母表示：

(1) 2个数的平均数；

(2) 5个数的平均数.

2. 用字母表示：

(1) 分数的基本性质：分数的分子和分母都乘以（或除以）同一个不等于零的数，分数的大小不变.

(2) 分数乘法法则：分数乘以分数，用分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母.

(3) 分数除法法则：分数除以分数，等于被除数乘以除数的倒数.

3. 顺次大1的整数，如3，4，5，叫做连续整数. 分别根据下列条件，写出3个连续整数：

(1) 最小的整数是 m；

(2) 中间的整数是 $2n$.

4. 用代数式表示：

(1) 每件 a 元的上衣，降价10%以后的售价是多少？

(2) m 支铅笔的售价是6元，3支铅笔的售价是多少？

(3) 买单价 c 元的球拍 n 个，付出50元，应找多少钱？

(4) 苹果每千克 p 元，买10千克以上按9折（即原价的90%）优惠，买15千克应付多少钱？

5. 根据所给 x 的值，求代数式 $3x^2-x+3$ 的值：

(1) $x=0$；　　(2) $x=3$；

(3) $x=2\frac{1}{2}$；　　(4) $x=1.2$.

6. 当 $x=\frac{1}{3}$ 时，分别求代数式 x^3+1 与 $(x+1)^3$ 的值.

7. 当 $x=7$，$y=3$ 时，求下列代数式的值：

(1) x^2+y^2；　　(2) $(x-y)^2$；

(3) $x^2-2xy+y^2$；　　(4) $\frac{2x+y}{x-y}$.

8. 设圆柱的底面半径是 R，高是 h，分别根据下列条件计算圆柱的表面积 S 与体积 V（π 取 3.14，结果保留整数）：

(1) $R=4$ cm，　　$h=10$ cm；

(2) $R=10$ cm，　　$h=24$ cm.

9. 重量为 m 千克的茶叶，售价是 p 元，设单价是每千克 d 元，写出单价的计算公式. 现有两种盒装茶叶，第一种 $m=0.25$，$p=3.15$；第二种 $m=0.075$，$p=1$. 哪种茶叶便宜一些？

10. 正方体的棱长为 a，表面积为 S. 分别计算当 a 取 7 cm，12 cm，4.35 cm，$3\frac{1}{3}$ cm 时，S 的大小（结果取整数）.

11. 礼堂第一排有 a 个座位，后面每排都比前一排多 1 个座位. 第 2 排有几个座位？第 3 排呢？用 m 表示第 n 排的座位数，m 是多少？求 $a=20$，$n=19$ 时，m 的值.

12. 解下列方程：

(1) $3x+7=28$；　　(2) $5x-4=21$；

(3) $10=4x-3$；　　(4) $19=7x+5$；

(5) $2.2x-3.4=3.2$；　　(6) $1.2x+1.5=6.3$；

(7) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}x=\frac{1}{2}$；　　(8) $\frac{5x}{12}-\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$.

13. 一个正方形的边长增加 2 cm 以后，得新正方形的周长是 25 cm. 求原正方形的边长.

14. 小文最近买了 12 本课外书，这比他原来的课外书的$\frac{1}{4}$多 3 本，小文原有多少本课外书？

15. 全班植 100 棵树，有 5 个同学每人分到 2 棵，其余每人 3 棵. 全班共有多少个同学？

16. 甲以 6 千米/时的速度步行前往某地，过 2.5 小时之后，乙以 18 千米/时的速度骑自行车追甲. 乙出发多少时间后可追上甲？

B 组

1. 用代数式表示：

(1) 两堆棋子，将第一堆的 2 个棋子移到第二堆去之后，第二堆的棋子数就成了第一堆棋子数的 2 倍. 设第一堆原有 a 个棋子，第二堆原有多少个棋子？

(2) 两堆棋子，将第一堆棋子的$\frac{1}{3}$移到第二堆去之后，第二堆的棋子数就与第一堆棋子数相同了. 设第二堆原有 m 个棋子，第一堆原有多少个棋子？

2. 自然数从 1 开始，逐个相加，一直加到 n，它们的和记作 S，即 $S=1+2+3+\cdots+n$(n 表示一个自然数). 写出计算 S 的公式. 当 $n=100$ 时，S 是多少？

(提示：先计算 $2S=1+2+3+\cdots+n$

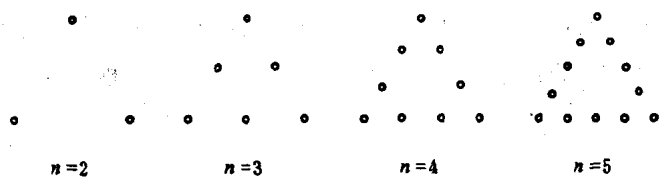
$+n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1$.)

3. 从1开始，连续的奇数相加，和的情况如下表：

加数的个数（n）	和（S）
1	$1=1=1^2$
2	$1+3=4=2^2$
3	$1+3+5=9=3^2$
4	$1+3+5+7=16=4^2$
5	$1+3+5+7+9=25=5^2$
…	…

推测从1开始，n 个连续的奇数相加，它们的和 S 的公式是什么．取 $n=11$，15，20，检验公式是否正确．

4. 如下图所示，由若干个点组成形如三角形的图形，每条边（包括两个顶点）有 $n(n>1)$ 个点，每个图形总的点数 S 是多少？当 $n=5,7,11$ 时，S 是多少？



（第4题）

5. 从1，2，3，4这四个数中，找出下列方程的解：

（1）$9x-5=2x+23$；　　（2）$5x-2(x-1)=14$；

（3）$0.7x+1.37=1.5x-0.23$；（4）$2x+\frac{1}{3}=\frac{x}{3}+2$.

6. 解下列方程(其中x表示未知数,其余字母都是不等于0的已知数):

(1) $x+a=b$;　　(2) $x-c=d$;

(3) $mx=a$;　　(4) $\frac{x}{n}=b$;

(5) $ax-b=c$;　　(6) $\frac{x}{m}+p=q$.

7. 根据下列问题,设适当的未知数,列出方程:

(1) 将180 cm长的绳子截成两段,其中长的一段是短的一段的2倍长,短的一段长多少?

(2) 将180 cm长的绳子截成两段,其中短的一段是长的一段的$\frac{1}{3}$长,短的一段长多少?

(3) 将180 cm长的绳子截成三段,其中两段短的一样长,长的一段是短的一段的1.6倍长,短的一段长多少?

(4) 将180 cm长的绳子截成三段,其中第二段是第一段的3倍长,第三段比第二段短30 cm,第二段长多少?

8. 甲乙二人在400米环形跑道上练习长跑,同时从同一起点出发,甲的速度是6米/秒,乙的速度是4米/秒,乙跑几圈后,甲可超过乙一圈?

自我测验一

（满分 100 分，时间 45 分）

1. （每小题 5 分，共 20 分）填空：

（1）任意一个数乘以 1，等于它本身．这个性质可以用字母表示成_____．

（2）同分母分数相加，分母不变，分子相加．这个运算法则可以用字母表示成_____．

（3）a 的倒数与 b 的倒数的差，用代数式表示是____．

（4）m，n 的和除以 m，n 的差，用代数式表示是____．

2. （每小题 10 分，共 20 分）求下列代数式的值：

（1）$\frac{n^2+1}{n-1}$，其中 $n=4$；

（2）$(a-c)^2+\frac{1}{4}b$，其中 $a=7$，$b=3$，$c=5$．

3. （20 分）邮购一种图书，每册定价 a 元，另加书价 10% 的邮费．购书 n 册，总计金额 Y 元，Y 是多少？计算当 $a=1.2$ $n=36$ 时，Y 的值．

4. （每小题 10 分，共 20 分）解下列方程：

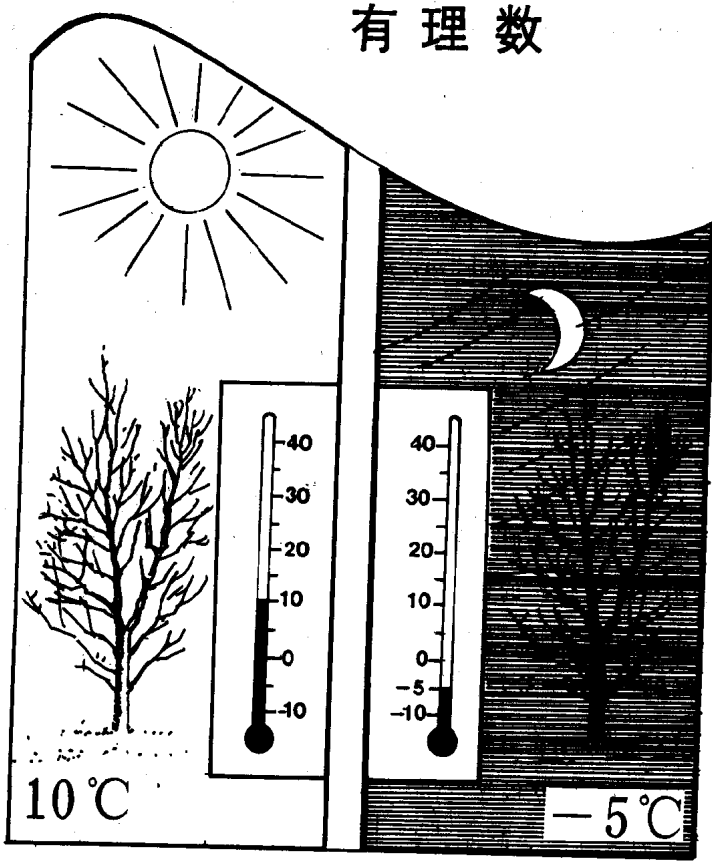
（1）$1.2x+3.7=6.5$；

（2）$\frac{5}{9}y-\frac{5}{6}=1\frac{1}{3}$．

5. （20 分）列方程解应用题：两地相距 360 千米，甲乙两辆汽车同时分别从两地开出，相向而行，2.4 小时后相遇．甲车的速度是 70 千米/时，乙车的速度是多少？

第二章

有理数



北京冬季里的一天，白天的最高气温是 10 ℃，夜晚的最低气温是 −5 ℃.

这一天的最高气温比最低气温高多少？

从图上的温度计可以看出，10 ℃ 比 −5 ℃ 高 15 ℃. 能不能直接列出算式计算呢？

如果问 10 ℃ 比 2 ℃ 高多少，我们知道，

$$10-2=8(℃),$$

利用减法立刻可以求出结果，那么要问 10 ℃ 比 −5 ℃ 高多少，是不是也能列出下面的算式呢？

$$10-(-5).$$

这样的式子是什么意思？怎样算呢？

下面我们就从“−5 是什么数，它与我们在小学数学中学过的数有什么关系”这样的问题开始新的一章的学习.

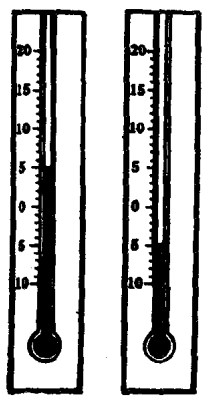
一　有理数的意义

2.1　正数与负数

1. 了解正数与负数是实际需要的.
2. 会判断一个数是正数还是负数.
3. 会初步应用正负数表示温度、海拔高度等量.

我们知道，在数物体的时候，物体的个数用自然数 1，2，3，…表示；一个物体也没有，就用 0 表示. 测量和计算有时不能得到整数的结果，这就要用分数和小数表示. 同学们还见过其他种类的数吗？

在图 2-1 中有两个温度计，你能说出它们所表示的温度各是多少吗？图 2-1（1）中，温度计液面指在 0 以上第 5 个刻度，它表示的温度是 5 摄氏度，记作 5 ℃；图 2-1（2）中，温度计液面指在 0 以下第 5 个刻度，它表示的温度是零下 5 摄氏度，记作 −5 ℃. 这里出现了一种新的数 ———5.



（1）　（2）

图 2-1

再看一个例子. 从中国地形图上可以看到，在我国西南，与尼泊尔接壤处，有一座世界最高峰——珠穆朗玛峰，图上标着 8 848；在我国西北，新疆境内，有一个吐鲁番盆地，图上标着－155. 你能说出珠穆朗玛峰和吐鲁番盆地的高度各是多少吗？

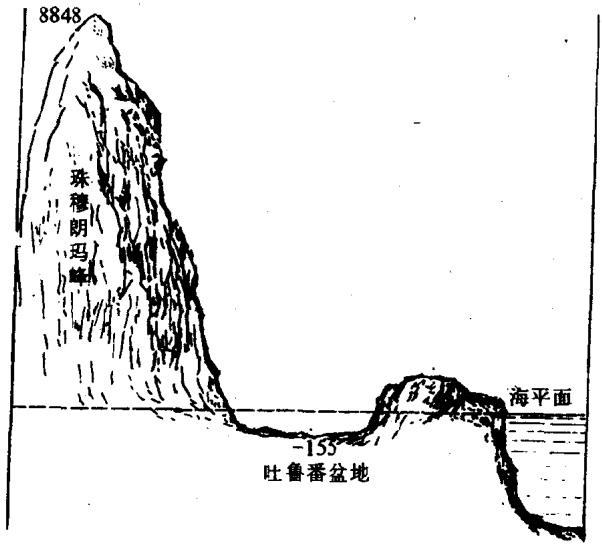


图 2-2

在小学地图册上就有中国地形图，在珠穆朗玛峰和吐鲁番盆地处都标有表明它们的高度的数. 图上标的数表示的高度是相对海平面说的，通常称为海拔高度. 图 2-2 就是表示珠穆朗玛峰和吐鲁番盆地的海拔高度的示意图. 8 848 表示珠穆朗玛峰比海平面高

8 848米，称作海拔 8 848 米；－155 表示吐鲁番盆地比海平面低 155 米，称作海拔－155 米.

上面两个例子中，分别出现了－5 与－155 这样的数. 一般地，当温度比 0 ℃ 高 5 ℃ 时，温度是 5 ℃；当温度比 0 ℃ 低 1 ℃、1.5 ℃、2 ℃ 等时，温度就分别是－1 ℃，－1.5 ℃，－2 ℃ 等海拔高度的情况与温度类似.

像 5，1.5，$10\frac{1}{2}$，8 848 等大于 0 的数，叫做**正数**.

像－5，－1.5，$-10\frac{1}{2}$，－155 等在正数前面加上“－”（读作负）号的数，叫做**负数**.

0 既不是正数，也不是负数.

注意 为了强调，正数前面有时也可加上“＋”（读作正）号. 例如，5，1.5 也可以写作＋5，＋1.5.

例 1 所有的正数组成正数集合，所有的负数组成负数集合. 把下列各数中的正数和负数分别填在表示正数集合和负数集合的圈里：

$$-11,\ 4.8,\ +73,\ -2.7,\ \frac{1}{6},\ \frac{7}{12},\ -8.12,\ -\frac{3}{4}.$$

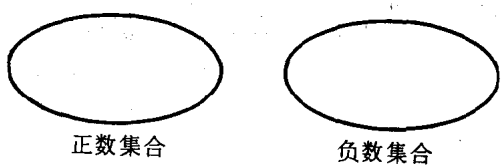


图 2-3

解：

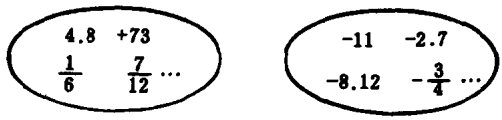


图 2-4

练 习

1. （口答）说出下列各数哪些是正数，哪些是负数，并把它们读出来：

$+6$，-8，75，-0.4，0，$\frac{3}{7}$，9.15，$-\frac{2}{3}$，$+1\frac{4}{5}$.

2. 任意写出 6 个正数与 6 个负数，并分别把它们填入相应的大括号里：

正数集合：{ …}，

负数集合：{ …}.

0 ℃ 以上的温度，用正数表示；0 ℃ 以下的温度，用负数表示. 高于海平面的地方，用正数表示它的高度，低于海平面的地方，用负数表示它的高度. 还有一些与温度、海拔高度类似的量，也常常用正负数来表示它们.

下面，我们看几个例子.

水库的水位平时保持一定的高度，人们通常把这个高度的水位定成 0 m，水位高于正常水位 0.2 m 时，记作＋0.2 m，低于正常水位 0.3 m 时，记作－0.3 m.

工厂生产的乒乓球，它的重量是有规定的，但实际生产出的乒乓球，可能重一点，也可能轻一点. 比标准重量重 0.03 g(克)，就记作＋0.03 g；比标准重量轻 0.01 g，就记作－0.01 g；恰好等于标准重量，就记作 0 g.

注意 不少商品出厂时，对重量、大小等都有一个规定的标准. 人们常用正负数表示某个商品与规定标准的差异，这时，为了强调，习惯上在正数前面要加上“＋”号.

例 2 一个物体沿着东、西两个相反方向运动时，可以用正负数表示它的运动.

(1) 如果向东运动 4 m 记作 4 m，那么向西运动 5 m 应记作什么？

(2) 如果－7 m 表示物体向西运动 7 m，那么 6 m 表示物体怎样运动？

解：(1) 向西运动 5 m 记作－5 m；

(2) 6 m 表示向东运动 6 m.

注意 上例中，物体原地不动记作 0 m.

到现在为止，我们学过的数有：

正整数（也叫自然数），如 1，2，3，…；

零，0；

负整数，如 -1，-2，-3，…；

正分数，如 $8\frac{1}{2}$，5.3，$\frac{2}{3}$，…；

负分数，如 $-4\frac{1}{2}$，-3.6，$-\frac{6}{7}$，….

正整数、0、负整数统称**整数**，正分数、负分数统称**分数**.

整数和分数统称**有理数**.

注意 有时为了研究的需要，整数也可以看作是分母为 1 的分数，这时分数包括整数. 本章中的分数是指不包括整数的分数.

练 习

1. （口答）如果下降 3 m 记作 -3 m，那么上升 4 m 记作什么？不升不降记作什么？

2. （口答）下列各数是正数还是负数，是整数还是分数？

$$-7，10.1，-\frac{1}{6}，89，0，-0.67，1\frac{3}{5}.$$

习 题 2.1

A 组

1. 北京一月份的日平均气温大约是零下 3 ℃，用负数表示这个温度.

2. 在小学地理图册的世界地形图上，可以看到亚洲西部地中海旁有一个死海湖，图上标着－392，这表明死海的湖面与海平面相比的高度是怎样的？

3. 在下列各数中，哪些是正数？哪些是负数？

   -16，0.004，$+\frac{7}{8}$，$-\frac{1}{2}$，$\frac{3}{5}$，

   25.8，-3.6，-4，$9\,651$，-0.1.

4. 把下列各数填在相应的大括号里（将各数用逗号分开）：

   1，$-\frac{4}{5}$，8.9，-7，$\frac{5}{6}$，

   -3.2，$+1\,008$，-0.05，28，-9..

   正整数集合：{　　…} 负整数集合：{　　…}

   正分数集合：{　　…} 负分数集合：{　　…}

5. 如果－50 元表示支出 50 元，那么＋200 元表示什么？

6. 河道中的水位比正常水位低 0.2 m 记作－0.2 m，那么比正常水位高 0.1 m 记作什么？

7. 如果自行车车条的长度比标准长度长 2 mm 记作＋2 mm，那么比标准长度短 3 mm 记作什么？

8. 一物体可以左右移动，设向右为正：

(1) 向左移动 12 m 应记作什么？

(2) “记作 8 m” 表明什么？

B 组

1. 一天中午 12 时的气温是 7 ℃，傍晚 5 时的气温比中午 12 时下降了 4 ℃，凌晨 4 时的气温比中午 12 时低 8 ℃，傍晚 5 时的气温是多少？凌晨 4 时的气温是多少？
2. 第一个冷库的温度是 −6 ℃，第二个冷库的温度是 −12 ℃，哪个冷库的温度高一些？
3. 一潜水艇所在的高度是 −50 m，一条鲨鱼在艇上方 10 m 处，鲨鱼所在的高度是多少？
4. 甲地海拔高度是 30 m，乙地海拔高度是 20 m，丙地海拔高度是 −10 m，哪个地方最高？哪个地方最低？最高的地方比最低的地方高多少？

2.2 数轴

1. 能将已知数在数轴上表示出来，能说出数轴上已知点所表示的数.
2. 知道数轴有原点、正方向和单位长度，能画出数轴.
3. 会比较数轴上的数的大小.

利用温度计可以测量温度，在温度计上有刻度(图 2-5)，刻度上标有读数，根据温度计的液面的不同位置就可以读出不同的数，从而得到所测的温度. 在 0 上 20 个刻度，表示 20 ℃；在 0 下 5 个刻度，表示 −5 ℃；等等.

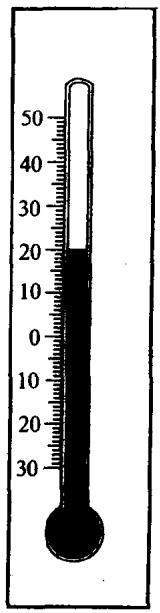


图 2-5

与温度计类似，可以在一条直线上画出刻度，标上读数，用直线上的点表示正数、负数和 0，具体方法如下.

画一条水平的直线，在这条直线上任取一点作为**原点**(图 2-6)，用这点表示 0(相当于温度计上的 0 ℃).

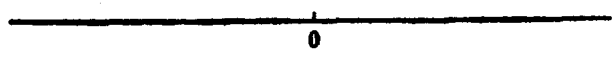


图 2-6

规定直线上从原点向右为正方向（图 2-7 中箭头所指的方向），那么相反的方向，即从原点向左为负方向（相当于温度计上 0 ℃ 以上为正，0 ℃ 以下为负）.

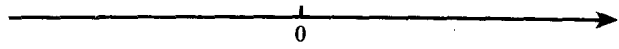


图 2-7

选取适当的长度作为单位长度（相当于温度计上每 1 ℃ 占一小格的长度），在直线上，从原点向右，每隔一个单位长度取一点，依次表示 1，2，3，…；从原点向左，每隔一个单位长度取一点，依次表示 −1，−2，−3，…（图 2-8）.

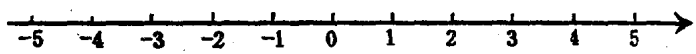


图 2-8

我们也可以在直线上找出表示分数或小数的点. 如图 2-9，从原点向右 1.4 个单位长度的 A 点表示 1.4，从原点向左 $1\frac{1}{2}$ 个单位长度的 B 点表示 $-1\frac{1}{2}$，等等.

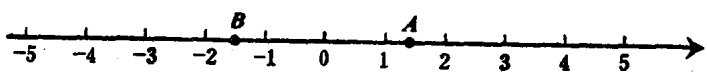
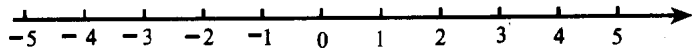


图 2-9

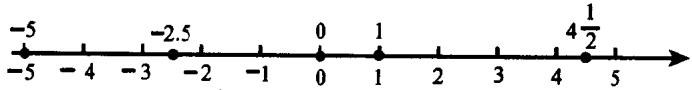
像上面这样规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**. 所有的有理数都可以用数轴上的点表示.

例 1 在所给数轴上画出表示下列各数的点：

$$1，-5，-2.5，4\frac{1}{2}，0.$$



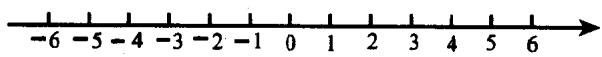
解：



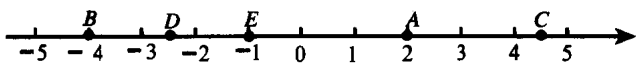
练 习

1. 在所给数轴上画出表示下列各数的点：

$+6，1.5，-6，2\frac{1}{2}，0，0.5，-3\frac{1}{2}.$



2. 指出数轴上 A，B，C，D，E 各点分别表示什么数.



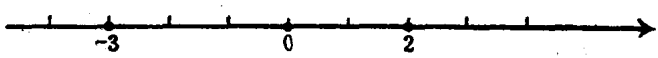
3. 先阅读课文，然后依照下列步骤画数轴：第一，画直线，定原点. 第二，取原点向右的方向为正方向. 第三，选取适当长度（例如 1 cm）为单位长度. 第四，在数轴上标出 1，2，3，−1，−2，−3 各点.

在温度计（图 2-5）上显示的两个温度，上边的温度总比下边的温度高．例如，3 ℃在－4 ℃ 上边，3 ℃的温度高于－4 ℃；－3 ℃ 在－5 ℃ 上边，－3 ℃ 的温度高于－5 ℃.

与温度计类似，**在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大**．利用数轴可以比较数的大小．

例 2　比较－3，0，2 的大小．

解：



$-3<0<2$.

由正负数在数轴上的位置，可以知道：

正数都大于 0，负数都小于 0；正数大于一切负数．

练　习

1. 用“＞”或“＜”号填空：

(1) -9 ＿＿ -1；　　(2) 4 ＿＿ -12；

(3) -5 ＿＿ -20；　　(4) 0 ＿＿ -100；

(5) 0.9 ＿＿ 1.1；　　(6) -0.9 ＿＿ -1.1.

2. 判断下列各式是否正确：

(1) $3.7>2.9$；　　(2) $-4>0$；

(3) $-4<-9$；　　(4) $-5.2<-4.8$.

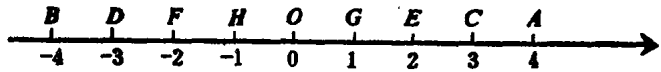
习 题 2.2

A 组

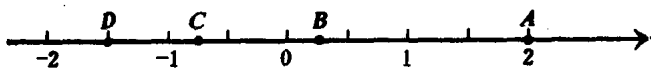
1. 在下面数轴上：

(1) 分别指出表示-2，3，-4，0，1各数的点.

(2) A，H，D，E，O各点分别表示什么数？



2. 在下面数轴上，A，B，C，D各点分别表示什么数？



3. 下列各小题先分别画出数轴，然后在数轴上画出表示大括号内的一组数的点：

(1) $\{-5, 2, -1, -3, 0\}$；

(2) $\{-4, 2.5, -1.5, 3.5\}$；

(3) $\left\{-2\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}\right\}$.

4. 比较下列每对数的大小：

(1) -9，-7；　　(2) -100，$+0.01$；

(3) $-\frac{5}{8}$，$-\frac{3}{8}$；　　(4) $\frac{4}{5}$，$\frac{3}{4}$；

(5) -1，0；　　(6) 0.85，$-\frac{7}{8}$；

(7) -1.9，-2.1；　　(8) -0.75，-0.748.

5. 把下列各组数从小到大用“<”号连接起来：

(1) 3，−5，−4；　　(2) −9，16，−11；

(3) $-\frac{1}{2}$，0，−1；　　(4) −1.6，1.6，−0.16.

6. 下表是我国几个城市某年一月份的平均气温，把它们按从高到低的顺序排列.

北　京	武　汉	广　州	哈尔滨	南　京
−4.6 ℃	3.8 ℃	13.1 ℃	−19.4 ℃	2.4 ℃

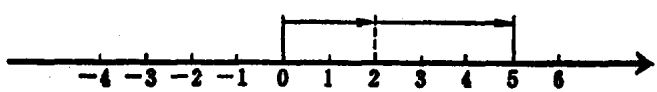
7. 开学时，对班上的男生进行了单杠引体向上的测验，以能做 7 次为标准，超过的次数用正数表示，不足的次数用负数表示，第一小组 8 名男生的成绩如下表：

2	−1	0	3	−2	−3	1	0

第一小组有百分之几的男生达标（达到标准）?

B 组

1. 一个点从数轴上的原点开始，先向右移动 2 个单位长度，再向右移动 3 个单位长度，如下图：



由图可以看出，到达的终点是表示数 5 的点.

画图表示一个点从数轴上的原点开始，按下列条件移动两次后到达的终点，并说出它是表示什么数的点.

(1) 向左移动 4 个单位长度，再向左移动 2 个单位长度；

(2) 向右移动 2 个单位长度，再向左移动 3 个单位长度；

(3) 向左移动 2 个单位长度，再向右移动 5 个单位长度；

(4) 向右移动 3 个单位长度，再向左移动 3 个单位长度.

2. 判断下列各小题是否正确：

(1) 当 $x=5$ 时，$5x-25>3$；

(2) 当 $x=2$ 时，$3x-5>-2$；

(3) 当 $x=3$ 时，$-16>4x+3$；

(4) 当 $x=7$ 时，$-5<2x-14$.

3. 观察数轴，然后回答下列问题：

(1) 有没有最小的正整数(自然数)？有没有最大的正整数？如果有，把它指出来.

(2) 有没有最小的负整数？有没有最大的负整数？如果有，把它指出来.

想一想

一个点从数轴上的原点开始移动，向右为正，向左为负. 先向右移动 2 个单位长度，再向右移动 3 个单位长度，结果如何？结果是共向右移动 5 个单位长度（上面 B 组第 1 题). 计算两次移动的最终结果，可以使用加法，因此，上面的结果可以表示为

$$(+2)+(+3)=+5.$$

仿照上式，能不能把上面 B 组第 1 题的 4 个小题的结果分别用算式表示出来？

2.3 相反数

给一个数，能求出它的相反数.

看图 2-10，6 与 −6 这两个数，只有符号不同，一正一负，在数轴上表示这两个数的点，分别在原点的两旁，并且与原点的距离相等.

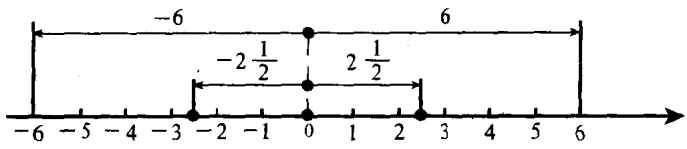


图 2-10

像 6 与 −6，$2\frac{1}{2}$ 与 $-2\frac{1}{2}$ 这样只有符号不同的两个数，我们说其中一个是另一个的**相反数**. 6 是 −6 的相反数，−6 是 6 的相反数，6 与 −6 互为相反数. 同样，$2\frac{1}{2}$ 与 $-2\frac{1}{2}$ 互为相反数.

0 的相反数是 0.

例 1 (1) 分别写出 9 与 −7 的相反数；

(2) 指出 −2.4 与 $\frac{3}{5}$ 各是什么数的相反数.

解：(1) 9 的相反数是 −9，−7 的相反数是 7；

(2) −2.4 是 2.4 的相反数，$\frac{3}{5}$ 是 $-\frac{3}{5}$ 的相反数.

一般地，**数 a 的相反数是 $-a$**. 这里 a 表示任意的一个数，可以是正数、负数、或者 0. 例如，

(1) 当 $a=7$ 时，$-a=-7$，7 的相反数是 -7；

(2) 当 $a=-5$ 时，$-a=-(-5)$，-5 的相反数是 5，因此，$-(-5)=5$；

(3) 当 $a=0$ 时，$-a=-0$，0 的相反数是 0，因此，$-0=0$.

例 2 简化 $-(+3)$ 与 $-(-4)$ 的符号.

解：$-(+3)=-3$；$-(-4)=4$.

练 习

1. 填空：

(1) $+1.3$ 的相反数是____；

(2) -3 的相反数是____；

(3)____的相反数是 -1.7；

(4)____的相反数是 $\frac{3}{5}$；

(5) $-(+4)$ 是____的相反数；

(6) $-(-7)$ 是____的相反数.

2. 简化下列各数的符号：

$-(+8)$，$+(-9)$，$-(-6)$，$-(+7)$，$+(+5)$.

3. 下列两对数中，哪对是相等的数？哪对互为相反数？

$-(-8)$ 与 $+(-8)$；$-(+8)$ 与 $+(-8)$.

习 题 2.3

A 组

1. 分别写出下列各数的相反数：

-5，1，-3，0，-1.6，-0.2，$\frac{1}{4}$，-0.5.

2. 在数轴上记出 2，-4.5，0 各数与它们的相反数.

3. 填空：

(1) -1.6 是____的相反数，____的相反数是 -0.2；

(2) $\frac{1}{3}$ 与____互为相反数，$\frac{1}{3}$ 与____互为倒数.

4. 化简下列各数：

(1) $-(-16)$；　(2) $-(+20)$；　(3) $+(+50)$；

(4) $-\left(-3\frac{1}{2}\right)$；　(5) $+(+8.07)$；　(6) $-\left(+\frac{4}{5}\right)$.

5. 填空：

(1) 如果 $a=-13$，那么 $-a=$____；

(2) 如果 $a=-5.4$，那么 $-a=$____.

B 组

1. 填空：

(1) 如果 $-x=-6$，那么 $x=$____；

(2) 如果 $-x=-9$，那么 $x=$____.

2. 用“$>$”或“$<$”号填空：

(1) 如果 a 是负数，那么 $-a$ ____ 0；

(2) 如果 $-a$ 是负数，那么 a ____ 0.

2.4 绝对值

1. 给一个数，能求出它的绝对值.
2. 会利用绝对值比较两个负数的大小.

我们知道，6 与 −6 互为相反数，在数轴上表示这两个数的点，与原点的距离相等，都是 6（图 2-11）. 这个距离 6 就是 6 与 −6 的绝对值.

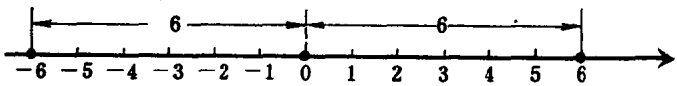


图 2-11

一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离. 数 a 的绝对值记作 $|a|$.

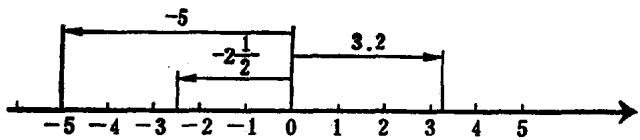


图 2-12

例如（图 2-12），在数轴上，表示 −5 的点与原点的距离是 5，那就是说，−5 的绝对值是 5，记作 $|-5|=5$；同样，$\left|-2\frac{1}{2}\right|=2\frac{1}{2}$，$|3.2|=3.2$.

表示 0 的点与原点的距离是 0，所以，$|0|=0$.

一个数可以是正数，可以是负数，也可以是0. 由绝对值的意义，结合图2-12，可以知道：

(1) **一个正数的绝对值是它本身.**

例如，$|4|=4$，$|+7.1|=7.1$.

(2) **一个负数的绝对值是它的相反数.**

例如，$|-2|=2$，$|-5.2|=5.2$.

(3) **0的绝对值是0.**

a是正数可以表示成$a>0$，a是负数可以表示成$a<0$，这样，上面的三条可以表示成：

(1) **如果$a>0$，那么$|a|=a$；**

(2) **如果$a<0$，那么$|a|=-a$；**

(3) **如果$a=0$，那么$|a|=0$.**

例1 求8，-8，$\frac{1}{4}$，$-\frac{1}{4}$的绝对值.

解：$|8|=8$，$|-8|=8$，

$\left|\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$，$\left|-\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$.

练 习

1. 在数轴上记出下列各数，并分别指出它们的绝对值：

-3，$+1\frac{1}{2}$，-1，0，9，-0.4.

2. 判断下列各式是否正确：

(1) $|5|=|-5|$；　　(2) $|-0.2|=|0.2|$；

(3) $|3|>0$；　　(4) $|-1.4|>0$.

在数轴上表示的两个负数，例如－3与－8（图2-13），－8的绝对值较大，而－8在－3的左边，因此－8小于－3.

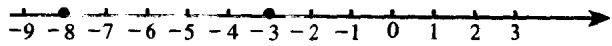


图 2-13

两个负数，绝对值大的反而小.

例2 比较$-\frac{2}{3}$与$-\frac{3}{4}$的大小.

解：$\because \left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$，$\left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$，

$$\frac{8}{12}<\frac{9}{12},$$

$$\therefore \quad -\frac{2}{3}>-\frac{3}{4}.$$

注意 上面的符号“$\because$”读作“因为”，符号“$\therefore$”读作“所以”.

练 习

1. 比较下列每对数的大小：

$|\frac{2}{3}|$与$|\frac{2}{5}|$，$|2|$与$|-\frac{6}{3}|$，$|-\frac{1}{6}|$与$|\frac{2}{11}|$，

$|-\frac{3}{7}|$与$|-\frac{2}{5}|$.

2. 比较下列每对数的大小：

$-\frac{7}{10}$与$-\frac{3}{10}$，$-\frac{1}{2}$与$-\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{5}$与$-\frac{1}{20}$，$-\frac{1}{2}$与$-\frac{2}{3}$.

习 题 2.4

A 组

1. 填空：

(1) $+3$ 的符号是____，绝对值是____；

(2) -3 的符号是____，绝对值是____；

(3) $-\frac{1}{2}$的符号是____，绝对值是____；

(4) 10.5 的符号是____，绝对值是____.

2. 填空：

(1) 符号是＋号，绝对值是 7 的数是____；

(2) 符号是－号，绝对值是 7 的数是____；

(3) 符号是－号，绝对值是 0.35 的数是____；

(4) 符号是＋号，绝对值是 $1\frac{1}{3}$的数是____.

3. (1) 绝对值是 3 的数有几个？各是什么？

(2) 绝对值是$\frac{3}{4}$的数有几个？各是什么？

(3) 绝对值是 0 的数有几个？是什么？

(4) 有没有绝对值是-2 的数？

4. 用“＞”、“＝”或“＜”号填空：

(1) $|0.23|$____$|-3.1|$；　(2) $\left|-\frac{1}{6}\right|$____$\left|\frac{1}{7}\right|$；

(3) $|0.03|$____$|-0.002|$；　(4) $|-3|$____$|3|$.

5. 计算：

(1) $|-8|+|7|$；　(2) $|-0.31|+|-0.2|$；

(3) $\left|\frac{2}{3}\right|-\left|-\frac{1}{2}\right|$；　(4) $|-4.1|-|4.1|$.

6. 判断下列各式是否正确：

(1) $|-0.1|<|-0.01|$；　　(2) $\left|-\frac{1}{3}\right|<\frac{1}{4}$；

(3) $\frac{2}{3}<\left|-\frac{3}{4}\right|$；　　(4) $\left|\frac{1}{8}\right|>-\frac{1}{7}$.

7. 比较下列每对数的大小：

(1) $-\frac{5}{8}$与$-\frac{3}{8}$；　　(2) $-\frac{3}{11}$与-0.273；

(3) $-\frac{3}{7}$与$-\frac{4}{9}$；　　(4) $-\frac{5}{6}$与$-\frac{10}{11}$.

B 组

1. 分别根据以下条件计算$|a|+|b|$的值：

(1) $a=-3$，$b=0$；　　(2) $a=1.7$，$b=-2.3$；

(3) $a=-\frac{1}{7}$，$b=\frac{1}{21}$；　　(4) $a=-\frac{3}{4}$，$b=-\frac{5}{6}$.

2. 填空：

(1) 如果$|x|=0$，那么$x=$____；

(2) 如果$|x|=2$，那么$x=$____.

3. 正式排球比赛对所使用的排球的重量是有严格规定的，检查5个排球的重量，超过规定重量的克数记作正数，不足规定重量的克数记作负数，检查结果如下表：

+15	−10	+30	−20	−40

指出哪个排球的质量好一些（即重量最接近规定重量）. 怎样用学过的绝对值的知识来说明，什么样的排球质量好一些.

二　有理数的运算

2.5　有理数的加法

1. 会进行有理数的加法运算.
2. 能运用加法运算性质简化加法运算.

正有理数及0的加法运算，小学已经学过. 引入负有理数之后，怎样进行加法运算呢？看下面的例子.

(1) 向东走5米，再向东走3米，两次一共向东走了多少米？

这是求两次向东运动的和的问题，和小学一样，可以用加法来解答. 显然，结果是两次一共向东走了8米. 写成算式就是

$$5+3=8.$$

这个运算用数轴表示如图2-14.

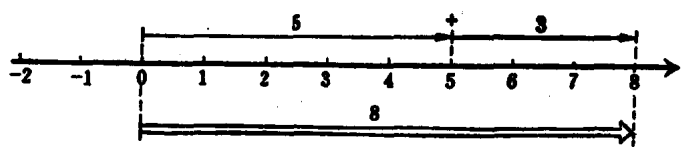


图　2-14

注意　这里规定向东为正，向西为负. 向西走5米可以看成向东走−5米.

(2) 向西走 5 米（即向东走－5 米），再向西走 3 米（即向东走－3 米），两次一共向东走了多少米？

显然，结果是两次一共向西走了 8 米（即向东走了－8 米）. 写成算式就是

$$(-5)+(-3)=-8.$$

这个运算同样可以利用数轴表示如图 2-15.

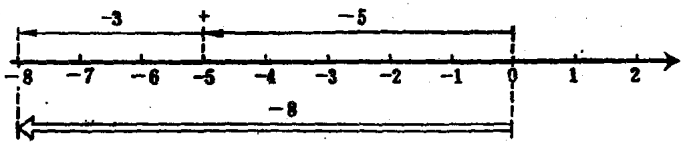


图 2-15

上面两个例子是求同向行走的和，结果是方向不变，两次所走的路程相加. 从算式上看，就是同号（符号相同）相加，结果符号不变，绝对值相加.

(3) 向东走 5 米，再向西走 5 米（就是向东走－5 米），两次一共向东走了多少米？

结合图 2-16 可以知道，两次一共向东走了 0 米.

$$5+(-5)=0.$$

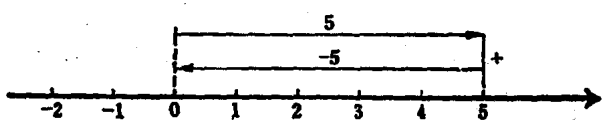


图 2-16

上例表明，互为相反数的两个数，相加得 0.

(4) 向东走 5 米，再向西走 3 米（就是向东走－3 米），两次一共向东走了多少米？

结合图 2-17 可以知道，两次一共向东走了 2 米.

$$5+(-3)=2.$$

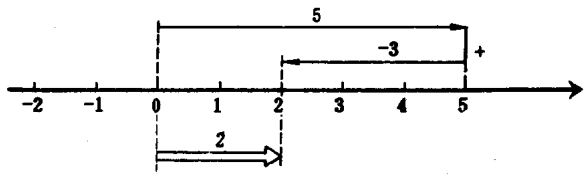


图 2-17

(5) 向东走 3 米，再向西走 5 米（就是向东走－5 米），两次一共向东走了多少米？

结合图 2-18 可以知道，两次一共向西走了 2 米（就是向东走了－2 米）.

$$3+(-5)=-2.$$

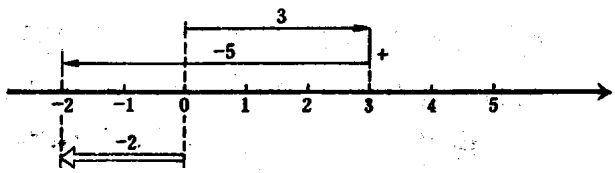


图 2-18

上面两例是绝对值不相等的异号两数相加，和的符号怎样确定？和的绝对值怎样确定？

(6) 向西走 5 米（就是向东走−5 米），再向东走 0 米，两次一共向东走了多少米？

显然，结果是向东走了−5 米.

$$(-5)+0=-5.$$

6 个例子综合如下：

(1) $5+3=8$；

(2) $(-5)+(-3)=-8$；

(3) $5+(-5)=0$；

(4) $5+(-3)=2$；

(5) $3+(-5)=-2$；

(6) $(-5)+0=-5$.

一般地，我们有：

有理数加法法则

1. **同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.**
2. **绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值. 互为相反数的两个数相加得 0.**
3. **一个数同 0 相加，仍得这个数.**

例如，

$(-4)+(-5)$，…… 同号两数相加

$(-4)+(-5)=-(\quad)$，…取相同的符号

$4+5=9$，…… 把绝对值相加

$\therefore\ (-4)+(-5)=-9.$

又如，

$(-2)+6$，…… 绝对值不相等的异号两数相加

$6>2$，

$(-2)+6=+(\quad)$，…… 取绝对值较大的加数符号

$6-2=4$，…… 用较大的绝对值减去较小的绝对值

$\therefore(-2)+6=4.$

例1 计算：

(1) $(-3)+(-9)$；(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$.

解：(1) $(-3)+(-9)=-12$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)=-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

$=-\frac{1}{6}.$

练 习

1. 用算式表示：温度由$-4℃$上升$7℃$，达到什么温度.

2. 计算（口答）：

(1) $(-4)+(-7)$；　　(2) $(+4)+(-7)$；

(3) $7+(-4)$；　　(4) $4+(-4)$；

(5) $9+(-2)$；　　(6) $(-9)+2$；

(7) $(-9)+0$；　　(8) $0+(-3)$.

3. 计算：

(1) $15+(-22)$；　　(2) $(-13)+(-8)$；

(3) $(-0.9)+1.5$；　　(4) $2.7+(-3.5)$；

(5) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)$；　　(6) $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

计算：　　$30+(-20)$，

　　$(-20)+30$.

两次所得的和相同吗？

换两个数再试一试.

关于有理数的加法，有下面的交换律：

两个数相加，交换加数的位置，和不变.

加法交换律：$a+b=b+a$.

计算：　　$[8+(-5)]+(-4)$，

　　$8+[(-5)+(-4)]$.

两次所得的和相同吗？

换三个数再试一试.

关于有理数的加法，还有下面的结合律：

三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变.

加法结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$.

根据加法交换律和结合律可以推出：三个以上有理数相加，可以任意交换加数的位置，也可先把其中的几个数相加.

例 2 计算 $16+(-25)+24+(-32)$.

解： $16+(-25)+24+(-32)$

$=(16+24)+[(-25)+(-32)]$

$=40+(-57)=-17$.

注意 在上例中，我们把正数与负数分别结合在一起再相加，计算就比较简便.

例 3

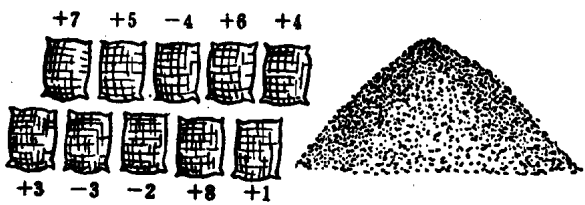


图 2-19

10袋小麦称重记录如图 2-19，以每袋 90 千克为准，超过的千克数记作正数，不足的千克数记作负数.

总计是超过多少千克或不足多少千克？10袋小麦的总重量是多少？

解：$7+5+(-4)+6+4$
$+3+(-3)+(-2)+8+1$
$=[(-4)+4]+[5+(-3)+(-2)]$
$+(7+6+3+8+1)$
$=0+0+25=25.$

$90\times10+25=925.$

答：总计是超过 25 千克. 总重量是 925 千克.

注意 在上例中，我们把相加得 0 的数结合起来相加，计算就比较简便.

练 习

1. 计算：

(1) $23+(-17)+6+(-22)$；

(2) $(-2)+3+1+(-3)+2+(-4)$.

2. 计算：

(1) $1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)$；

(2) $3\frac{1}{4}+\left(-2\frac{3}{5}\right)+5\frac{3}{4}+\left(-8\frac{2}{5}\right)$.

习 题 2.5

A 组

1. 计算：

(1) $(-10)+(+6)$；　　(2) $(+12)+(-4)$；

(3) $(-5)+(-7)$；　　(4) $(+6)+(+9)$；

(5) $67+(-73)$；　　(6) $(-84)+(-59)$；

(7) $33+48$；　　(8) $(-56)+37$.

2. 计算：

(1) $(-0.9)+(-2.7)$；　　(2) $3.8+(-8.4)$；

(3) $(-0.5)+3$；　　(4) $3.92+1.78$；

(5) $7+(-3.04)$；　　(6) $(-2.9)+(-0.31)$；

(7) $(-9.18)+6.18$；　　(8) $4.23+(-6.77)$.

3. 计算：

(1) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$；　　(2) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$；

(3) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{5}$；　　(4) $\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)$；

(5) $\frac{1}{2}+\left(-2\frac{2}{3}\right)$；　　(6) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-1\frac{1}{3}\right)$；

(7) $\left(-1\frac{1}{3}\right)+\left(-2\frac{1}{6}\right)$；　　(8) $3\frac{1}{4}+\left(-1\frac{1}{12}\right)$.

4. 计算：

(1) $(-8)+10+2+(-1)$；

(2) $5+(-6)+3+9+(-4)+(-7)$；

(3) $(-0.8)+1.2+(-0.7)+(-2.1)+0.8+3.5$；

(4) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

5. 计算：

(1) $(-17)+59+(-37)$；

(2) $(-18.65)+(-6.15)+18.15+6.15$；

(3) $\left(-4\frac{2}{3}\right)+\left(-3\frac{1}{3}\right)+6\frac{1}{2}+\left(-2\frac{1}{4}\right)$；

(4) $(-0.5)+3\frac{1}{4}+2.75+\left(-5\frac{1}{2}\right)$.

6. 当 $a=-11$，$b=8$，$c=-14$ 时，求下列代数式的值：

(1) $a+b$；　　(2) $a+c$；

(3) $a+a+a$；　　(4) $a+b+c$.

利用有理数的加法解下列各题（第 7～11 题）：

7. 飞机的飞行高度是 1 000 m，上升 300 m，又下降 500 m，这时飞行高度是多少？

8. 存折中有 450 元，取出 80 元，又存入 150 元以后，存折中还有多少钱？

9. 一天早晨的气温是 −7 ℃，中午上升了 11 ℃，半夜又下降了 9℃，半夜的气温是多少？

10. 小吃店一周中每天的盈亏情况如下（盈余为正）：

128.3 元，−25.6 元，−15 元，27 元，

−7 元，36.5 元，98 元.

一周总的盈亏情况如何？

11. 8 筐白菜，以每筐 25 千克为准，超过的千克数记作正数，不足的千克数记作负数，称重的记录如下：

1.5，−3，2，−0.5，1，−2，−2，−2.5.

8 筐白菜的总重量是多少？

B 组

1. 填空：

(1) __+11=27；　　(2) 7+__=4；

(3) (−9)+__=9；　　(4) 12+__=0；

(5) (−8)+__=−15；　　(6) __+(−13)=−6.

2. 用“>”或“<”号填空：

(1)如果 $a>0,b>0$，那么 $a+b$ __0；

(2)如果 $a<0,b<0$，那么 $a+b$ __0；

(3)如果 $a>0,b<0,|a|>|b|$，那么 $a+b$ __0；

(4)如果 $a<0,b>0,|a|>|b|$，那么 $a+b$ __0.

3. 分别根据下列条件，利用 $|a|$ 与 $|b|$ 表示 a 与 b 的和：

(1)$a>0,b>0$；　　(2)$a<0,b<0$；

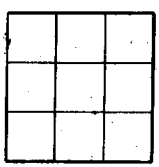
(3)$a>0,b<0,|a|>|b|$；

(4)$a>0,b<0,|a|<|b|$.

想一想

填 幻 方

将 −4，−3，−2，−1，0，1，2，3，4 这 9 个数分别填入下图方阵(幻方)的 9 个空格中，使得横、竖、斜对角的所有 3 个数相加为零.



2.6 有理数的减法

会进行有理数的减法运算.

让我们比较下列算式：

减法　　加法

$(+10)-(+3)=+7$，$(+10)+(-3)=+7$.

可以看出，两式的结果相同，即

$(+10)\boxed{-(+3)}=(+10)\boxed{+(-3)}$.

这启发我们可以利用加法进行减法运算.

怎样计算$(-10)-(-3)$呢？根据减法的意义，这就是要求一个数，使它与-3相加，会得到-10.

因为　$(-7)+(-3)=-10$，

所以　$(-10)-(-3)=-7$.

另一方面，我们有$(-10)+(+3)=-7$.

于是有

$(-10)\boxed{-(-3)}=(-10)\boxed{+(+3)}$.

有理数的减法可以利用加法来进行.

有理数减法法则

减去一个数，等于加上这个数的相反数.

有理数减法法则也可以表示成

$$a-b=a+(-b).$$

例如，15 ℃ 比 5 ℃ 高多少？15 ℃ 比 −5 ℃ 高多少(图 2-20)？

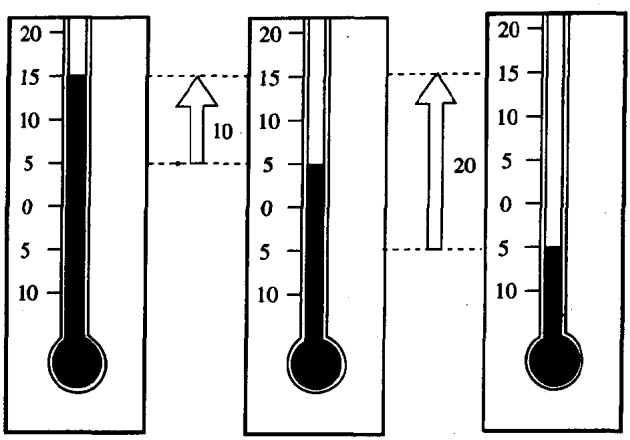


图 2-20

$15-5=15+(-5)=10$，

$15-(-5)=15+5=20$.

利用有理数的减法，可以求得，15 ℃ 比 5 ℃ 高 10 ℃，15 ℃ 比 −5 ℃ 高 20 ℃.

例 1 计算：

(1) $(-3)-(-5)$；

(2) $0-7$.

解：(1) $(-3)-(-5)=(-3)+5=2$；

(2) $0-7=0+(-7)=-7$.

例 2 计算：

(1) $7.2-(-4.8)$；

(2) $\left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}$.

解：(1) $7.2-(-4.8)=7.2+4.8=12$；

(2) $\left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}=\left(-3\frac{1}{2}\right)+\left(-5\frac{1}{4}\right)$

$=-8\frac{3}{4}$.

练 习

1. 用有理数减法的算式表示：

(1) 比 2 ℃ 低 8 ℃ 的温度；

(2) 比 −3 ℃ 低 6 ℃ 的温度.

2. 计算（口答）：

(1) $6-9$；　　(2) $(+4)-(-7)$；

(3) $(-5)-(-8)$；　　(4) $(-4)-9$；

(5) $0-(-5)$；　　(6) $0-5$.

3. 计算：

(1) $15-21$；　　(2) $(-17)-(-12)$；

(3) $(-2.5)-5.9$；　　(4) $1.9-(-0.6)$；

(5) $\left(-\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{2}$；　　(6) $\frac{1}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)$.

习 题 2.6

A 组

1. 计算：

(1) $(-8)-8$；　　(2) $(-8)-(-8)$；

(3) $8-(-8)$；　　(4) $8-8$；

(5) $0-6$；　　(6) $6-0$；

(7) $0-(-6)$；　　(8) $(-6)-0$.

2. 计算：

(1) $16-47$；　　(2) $28-(-74)$；

(3) $(-37)-(-85)$；　　(4) $(-54)-14$；

(5) $123-190$；　　(6) $(-112)-98$；

(7) $(-131)-(-129)$；　　(8) $341-249$.

3. 计算：

(1) $1.6-(-2.5)$；　　(2) $0.4-1$；

(3) $(-3.8)-7$；　　(4) $(-5.9)-(-6.1)$；

(5) $(-2.3)-3.6$；　　(6) $4.2-5.7$；

(7) $(-3.71)-(-1.45)$；　　(8) $6.18-(-2.93)$.

4. 计算：

(1) $\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；　　(2) $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；

(3) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$；　　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}$；

(5) $(-1)-\left(-\frac{1}{2}\right)$；　　(6) $(-1)-1\frac{1}{2}$；

(7) $2\frac{1}{3}-\left(-3\frac{1}{4}\right)$；　　(8) $4\frac{4}{5}-7\frac{5}{6}$.

5. 计算：

(1) $(3-10)-2$；　　(2) $3-(10-2)$；

(3) $(2-7)-(3-9)$；　　(4) $13-(9-8)$；

(5) $(-1.8)-0.12-0.36$；　(6) $\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{12}-\left(-\frac{1}{4}\right)$.

6. 当 $a=11$，$b=-5$，$c=-3$ 时，求下列代数式的值：

(1) $a-c$；　　(2) $b-c$；

(3) $a-b-c$；　　(4) $c-a-b$.

利用有理数减法解下列问题（第 7～9 题）：

7. 世界最高峰是珠穆朗玛峰，海拔高度是 8 848 m，陆上最低处是位于亚洲西部的死海湖，湖面海拔高度是 −392 m. 两处高度相差多少？

8. 分别求出数轴上两点间的距离：

(1) 表示数 6 的点与表示数 2 的点；

(2) 表示数 5 的点与表示数 0 的点；

(3) 表示数 2 的点与表示数 −5 的点；

(4) 表示数 −1 的点与表示数 −6 的点.

9. 某地一周内每天的最高气温与最低气温记录如下表，哪天的温差最大？哪天的温差最小？

星　期	一	二	三	四	五	六	日
最高气温	10 ℃	12 ℃	11 ℃	9 ℃	7 ℃	5 ℃	7 ℃
最低气温	2 ℃	1 ℃	0 ℃	−1 ℃	−4 ℃	−5 ℃	−5 ℃

B 组

1. 把下面加减法混合运算的式子改成只含加法的式子：

(1) $-30-15+13-(-7)$；

(2) $-7-4+(-9)-(-5)$.

2. 填空：

(1) 如果 $a-b=c$，那么 $a=$____；

(2) 如果 $a+b=c$，那么 $a=$____；

(3) 如果 $a+(-b)=c$，那么 $a=$____；

(4) 如果 $a-(-b)=c$，那么 $a=$____.

3. 用“$>$”或“$<$”号填空：

(1) 如果 $a>0$，$b<0$，那么 $a-b$ ____ 0；

(2) 如果 $a<0$，$b>0$，那么 $a-b$ ____ 0；

(3) 如果 $a<0$，$b<0$，$|a|>|b|$，那么 $a-b$ ____ 0；

(4) 如果 $a<0$，$b<0$，那么 $a-(-b)$ ____ 0.

4. 解下列方程：

(1) $x+8=5$；　　(2) $x-(-7)=-3$；

(3) $x-11=-4$；　　(4) $6+x=-10$.

中国是最早使用负数的国家

我国古代的科技成就是令世界各国瞩目的，在数学方面也不例外．大家已经知道，我国古代数学家祖冲之（见本书彩页）对圆周率 π 的值的计算，其精确度远远超过当时其他各国数学家．在使用负数方面，古代中国在当时世界上也处在遥遥领先的地位．

关于负数的引入，在古代中国的商业活动中，以收入钱为正，以付出钱为负；以余钱为正，以亏钱为负．在农业活动中，以增加粮食为正，以减少粮食为负．

至于正负数的运算，则是由于在解方程中遇到的不够减的问题，如 2—5，因而得出了正负数加减法的运算法则，与我们现在所学的基本一致．

上面这些内容在我国古代数学书《九章算术》中有记载，后来，魏朝的数学家刘徽还有过详细的说明（可参阅本书彩页）．我国大约在 2000 年前就取得了这些成就，比埃及、印度早六七百年，比欧洲则早了一千多年．当然，由于封建社会的落后，旧中国逐渐衰退，直至 1949 年中华人民共和国成立，才又为我国科技事业的发展提供了非常优越的条件．

2.7 有理数的加减混合运算

会进行有理数的加减混合运算.

怎样进行加减混合运算呢？先看一个例子：

$$(-11)-7+(-9)-(-6).$$

在这个式子里，有加法，也有减法. 根据有理数减法的法则，可以把它改写成：

$$(-11)+(-7)+(-9)+6.$$

这样一来，式子里的减法就都转化成为加法，式子就成为几个正数或负数的和❶了. 如上式，就是 -11，-7，-9，6 等几个加数的和. 这就是说，在代数里，一切加法与减法运算，都可以统一成加法运算.

在一个和里，通常有的加号可以省略，每个数的括号也可以省略. 例如，

$$(-11)+(-7)+(-9)+6$$

可以写成省略括号的形式：

$$-11-7-9+6.$$

这个式子仍然是一个和，读作“负 11、负 7、负 9、正 6 的和”. 从运算上来说，上式也可读作“负 11 减 7 减 9 加 6”.

---

❶ 几个正数或负数的和，有时也叫做代数和.

例 1 把(－20)＋(＋3)－(＋5)－(－7)写成省略括号的和的形式，并把它读出来.

解：(－20)＋(＋3)－(＋5)－(－7)

＝－20＋3－5＋7.

上面的结果读作“负 20、3、负 5、7 的和”，或者读作“负 20 加 3 减 5 加 7”.

练　习

1. 把下列各式写成省略括号的和的形式：

(1) 10＋(＋4)＋(－6)－(－5)；

(2) (－8)－(＋4)＋(－7)－(＋9).

2. 说出式子 8－7＋4－6 的两种读法.

因为有理数的加减法可以统一成加法，所以进行有理数的加减法运算时，可以适当运用加法的交换律与结合律. 例如，

$$-20+3-5+7=-20-5+3+7$$

$$=-25+10=-15.$$

注意 (1) 先把正数与负数分别相加，可以使运算简便.

(2) 在交换加数的位置时，要连同前面的符号一起交换. 如 12－5＋7 应变成 12＋7－5，而不能变成 12－7＋5.

例 2 计算：

(1) $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$；

(2) $(+9)-(+10)+(-2)-(-8)+3$.

解：(1) $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$

$=1-1\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}$.

(2) $(+9)-(+10)+(-2)-(-8)+3$

$=9-10-2+8+3$

$=9+8+3-10-2$

$=20-12=8$.

练 习

1. 填空：

(1) $-4+7-6=-____-____+____$；

(2) $6+9-15+3=____+____+____-____$；

(3) $-9-3+2-4=____9____3____4____2$；

(4) $\frac{1}{4}-\frac{5}{6}-\frac{4}{7}+\frac{2}{3}=\frac{1}{4}____\frac{2}{3}____\frac{5}{6}____\frac{4}{7}$.

2. 计算：

(1) $-1+2-3-4+5$；

(2) $(-8)-(+4)+(-6)-(-1)$.

习 题 2.7

A 组

1. 计算：

(1) $3-8$；　　(2) $-4+7$；

(3) $-6-9$；　　(4) $8-12$；

(5) $-15+7$；　　(6) $0-2$；

(7) $-5-9+3$；　　(8) $10-17+8$；

(9) $-3-4+19-11$；　　(10) $-8+12-16-23$.

2. 计算：

(1) $-4.2+5.7-8.4+10$；　　(2) $6.1-3.7-4.9+1.8$；

(3) $\frac{1}{3}-\frac{2}{3}+1$；　　(4) $-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$.

3. 计算：

(1) $-216-157+348+512-678$；

(2) $81.26-293.8+8.74+111$；

(3) $-4\frac{2}{3}+1\frac{11}{12}-17\frac{1}{4}-2\frac{17}{18}$；

(4) $2.25+3\frac{3}{4}-12\frac{5}{12}-8\frac{3}{8}$.

4. 计算：

(1) $12-(-18)+(-7)-15$；

(2) $-40-28-(-19)+(-24)-(-32)$；

(3) $4.7-(-8.9)-7.5+(-6)$；

(4) $-\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}$.

5. 当 $a=2.7$，$b=-3.2$，$c=-1.8$ 时，求下列代数式的值：

(1) $a+b-c$；　　(2) $a-b+c$；

(3) $-a+b-c$；　　(4) $-a-b+c$.

6. 分别根据下列条件求代数式 $x-y-z+w$ 的值：

(1) $x=-3$，$y=-2$，$z=0$，$w=5$；

(2) $x=0.3$，$y=-0.7$，$z=1.1$，$w=-2.1$；

(3) $x=-\frac{1}{3}$，$y=\frac{3}{4}$，$z=-\frac{1}{2}$，$w=\frac{5}{12}$.

B 组

1. 当 $a=13$，$b=-12.1$，$c=-10.6$，$d=25.1$ 时，求下列代数式的值：

(1) $a-(b+c)$；　　(2) $a-b-c$；

(3) $a-(b+c+d)$；　　(4) $a-b-c-d$；

(5) $a-(b-d)$；　　(6) $a-b+d$；

(7) $(a+b)-(c+d)$；　　(8) $(a-c)-(d-b)$.

2. 已知 $3a=a+a+a$，分别根据下列条件求代数式 $3a$ 的值：

(1) $a=-1$；　　(2) $a=-2$；

(3) $a=-3$；　　(4) $a=-0.5$.

3. (1) 当 $b>0$ 时，a，$a-b$，$a+b$ 哪个最大？哪个最小？

(2) 当 $b<0$ 时，a，$a-b$，$a+b$ 哪个最大？哪个最小？

实际中的正负数

读一读

工厂生产的一些零件，比如自行车上用的螺母、螺钉，在实际加工中，不可能做得大小完全一样. 在修车店看工人师傅配螺母，你可能会发现，工人师傅有时拿一个试试，不合适就再换一个，稍大一点，或稍小一点，有时关系不大，可是太大或太小就不能用了. 工人在生产时，怎样掌握这个零件的大小呢？在生产的图纸上，对每个零件的大小有一个规定. 例如，一个零件的直径是 $\Phi 30^{+0.03}_{-0.02}$. 这里 Φ 表示直径，单位是毫米（mm）. 它表示的意思是，零件直径标准是 30 mm，但最大可以大到 (30+0.03) mm，最小可以小到 (30−0.02) mm，在这个范围内的产品都是合格的.

练 习

1. 一种零件，标明的要求是 $\Phi 50^{+0.04}_{-0.03}$，这种零件的合格品最大直径是多少？最小直径是多少？如果直径是 49.8，合格吗？
2. 某种药品必须在规定的温度内保存，说明书上标明是 20^{+3}_{-2} (℃)，在什么温度范围内保存才合适呢？

2.8 有理数的乘法

1. 会进行有理数的乘法运算.
2. 能运用乘法运算性质简化乘法运算.

正有理数及0的乘法运算，小学已经学过. 引入负有理数之后，怎样进行乘法运算呢？看下面的例子.

(1) 2×3. 如图 2-21，2 看作向东运动 2 米；$\times3$ 看作沿原方向运动 3 次.

结果：向东运动 6 米.

$2\times3=6$.

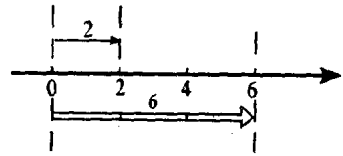


图 2-21

(2) $(-2)\times3$. 如图 2-22，-2 看作向西运动 2 米；$\times3$ 看作沿原方向运动 3 次.

结果：向西运动 6 米.

$(-2)\times3=-6$.

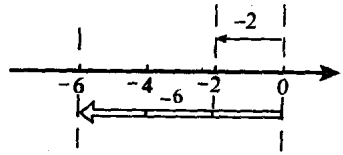


图 2-22

(3) $2\times(-3)$. 如图 2-23，2 看作向东运动 2 米；$\times(-3)$ 看作沿反方向运动 3 次. 结果：向西运动 6 米.

$2\times(-3)=-6$.

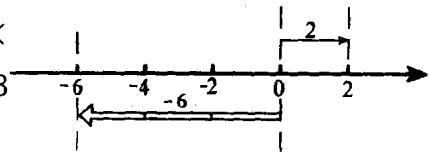


图 2-23

(4) $(-2)\times(-3)$. 如图 2-24，-2 看作向西运动 2 米；$\times(-3)$看作沿反方向运动 3 次.

结果：向东运动 6 米.

$$(-2)\times(-3)=6.$$

(5) 被乘数是 0 或乘数是 0，结果是仍在原处.

5 个例子综合如下：

(1) $2\times3=6$；

(2) $(-2)\times3=-6$；

(3) $2\times(-3)=-6$；

(4) $(-2)\times(-3)=6$；

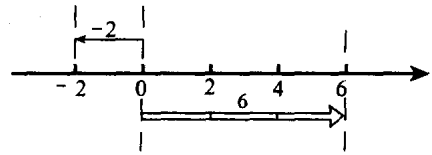


图 2-24

(5) 被乘数或乘数为 0 时，结果是 0.

一般地，我们有：

有理数乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

任何数同 0 相乘，都得 0.

例如，

$(-7)\times(-4)$，…… 同号两数相乘

$(-7)\times(-4)=+(\quad)$，…… 得正

$7\times4=28$，…… 把绝对值相乘

$\therefore\quad(-7)\times(-4)=28.$

又如，

$(-7)\times 4$，　……异号两数相乘

$(-7)\times 4=-(\quad)$，　……得负

$7\times 4=28$，　……把绝对值相乘

$\therefore\ (-7)\times 4=-28.$

例 1　计算：

(1) $(-3)\times(-9)$；　　(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}$.

解：(1) $(-3)\times(-9)=27$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$.

练　习

1. 确定下列两数的积的符号：

(1) $5\times(-3)$；　　(2) $(-4)\times 6$；

(3) $(-7)\times(-9)$；　　(4) 0.5×0.7.

2. 计算：

(1) $6\times(-9)$；　　(2) $(-6)\times(-9)$；

(3) $(-6)\times 9$；　　(4) $(-6)\times 1$；

(5) $(-6)\times(-1)$；　　(6) $6\times(-1)$；

(7) $(-6)\times 0$；　　(8) $0\times(-6)$；

(9) $(-6)\times 0.25$；　　(10) $(-0.5)\times(-8)$；

(11) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$；　　(12) $\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}$.

观察下列各式，它们的积是正的还是负的？

$2\times3\times4\times(-5)$，

$2\times3\times(-4)\times(-5)$，

$2\times(-3)\times(-4)\times(-5)$，

$(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$.

几个正数与负数相乘，积的符号与各因数的符号之间有什么关系？

几个不等于0的数相乘，积的符号由负因数的个数决定. 当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正.

例如，上面四个式子中，第一、三两式中的负因数有奇数个，因此积为负；第二、四两式中的负因数有偶数个，因此积为正.

例2 计算 $(-3)\times\frac{5}{6}\times\left(-1\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$.

解： $(-3)\times\frac{5}{6}\times\left(-1\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=-3\times\frac{5}{6}\times\frac{9}{5}\times\frac{1}{4}=-1\frac{1}{8}$.

注意 几个不等于零的数相乘，首先确定积的符号，然后把绝对值相乘.

观察下式，你能看出结果吗？

$7.8\times(-8.1)\times0\times(-19.6)$.

几个数相乘，有一个因数为0，积就为0.

例3 计算：

(1) $8+5\times(-4)$；

(2) $(-3)\times(-7)-9\times(-6)$.

解：(1) $8+5\times(-4)=8+(-20)=-12$；

(2) $(-3)\times(-7)-9\times(-6)$

$=21-(-54)=75$.

注意 含加减乘除的算式中，没有括号指明运算顺序时，要先算乘除，后算加减.

练 习

1. 判断下列积的符号（口答）：

(1) $(-2)\times3\times4\times(-1)$；

(2) $(-5)\times(-6)\times3\times(-2)$；

(3) $(-2)\times(-2)\times(-2)$；

(4) $(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$.

2. 计算：

(1) $(-5)\times8\times(-7)\times(-0.25)$；

(2) $\left(-\frac{5}{12}\right)\times\frac{8}{15}\times1\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$.

3. 计算：

(1) $(-6)-(-3)\times\frac{1}{3}$；

(2) $(-1)\times(-8)+3\times(-2)$；

(3) $1+0\times(-1)-(-1)\times(-1)-(-1)\times0\times(-1)$.

我们看下面的例子：

$5\times(-6)=-30$，$(-6)\times5=-30$，

就是　$5\times(-6)=(-6)\times5$.

$[3\times(-4)]\times(-5)=(-12)\times(-5)=60$，

$3\times[(-4)\times(-5)]=3\times20=60$，

就是　$[3\times(-4)]\times(-5)=3\times[(-4)\times(-5)]$.

换一些数再试一试. 一般地，我们有：

两个数相乘，交换因数的位置，积不变.

乘法交换律：$ab=ba$.

三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变.

乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$.

再看下面的例子：

$5\times[3+(-7)]=5\times(-4)=-20$，

$5\times3+5\times(-7)=15-35=-20$，

就是　$5\times[3+(-7)]=5\times3+5\times(-7)$.

换一些数再试一试. 一般地，我们有：

一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加.

分配律：$a(b+c)=ab+ac$.

例 4 计算$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times 12$.

解：$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times 12$

$=\frac{1}{4}\times 12+\frac{1}{6}\times 12-\frac{1}{2}\times 12$

$=3+2-6=-1$.

例 5 计算 $9\frac{18}{19}\times 15$.

解：$9\frac{18}{19}\times 15$

$=\left(10-\frac{1}{19}\right)\times 15$

$=150-\frac{15}{19}=149\frac{4}{19}$.

注意 应用运算律，有时可使运算简便.

练 习

计算：

1. $(-85)(-25)(-4)$.
2. $\left(-\frac{7}{8}\right)\times 15\times\left(-1\frac{1}{7}\right)$.
3. $\left(\frac{9}{10}-\frac{1}{15}\right)\times 30$.
4. $\frac{24}{25}\times 7$.

习 题 2.8

A 组

1. 计算：

(1) $(-8)\times(-7)$；　　(2) $12\times(-5)$；

(3) $(-36)\times(-1)$；　　(4) $(-25)\times 16$.

2. 计算：

(1) $2.9\times(-0.4)$；　　(2) -30.5×0.2；

(3) $100\times(-0.001)$；　　(4) $-4.8\times(-1.25)$；

(5) -7.6×0.03；　　(6) $-4.5\times(-0.32)$.

3. 计算：

(1) $\frac{1}{4}\times\left(-\frac{8}{9}\right)$；　　(2) $\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{10}\right)$；

(3) $-2\frac{4}{15}\times 25$；　　(4) $(-0.3)\times\left(-1\frac{3}{7}\right)$.

4. 填空：

(1) $1\times(-5)=$____，　　$(-1)\times(-5)=$____，

$+(-5)=$____，　　$-(-5)=$____；

(2) $1\times a=$____，　　$(-1)\times a=$____.

5. 计算：

(1) $-2\times 3\times(-4)$；　　(2) $-6\times(-5)\times(-7)$；

(3) $0.1\times(-0.001)\times(-1)$；

(4) $(-100)\times(-1)\times(-3)\times(-0.5)$；

(5) $(-17)\times(-49)\times 0\times(-13)\times 37$；

(6) $-9\times(-11)-12\times(-8)$.

6. 当 $a=-2$，$b=0$，$c=-5$，$d=6$ 时，求下列代数式的值：

(1) $a+bc$；　　(2) $c-ad$；

(3) $(a-b)(c-d)$；　　(4) $(a-c)(b-d)$.

7. 计算：

(1) $\left(-4\frac{1}{20}\right)\times 1.25\times(-8)$；

(2) $(-10)\cdot(-8.24)\cdot(-0.1)$；

(3) $-\frac{5}{6}\times 2.4\times\frac{3}{5}$；

(4) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}-\frac{7}{18}\right)\times 36$；

(5) $-\frac{3}{4}\times\left(8-1\frac{1}{3}-0.04\right)$；

(6) $71\frac{15}{16}\times(-8)$.

B 组

1. 判断下列方程的解是正数、负数、还是 0：

(1) $4x=-16$；　　(2) $-3x=18$；

(3) $-9x=-36$；　　(4) $-5x=0$.

2. 填空：

(1) 如果 $a<0$，$b>0$，那么 ab ____ 0；

(2) 如果 $a<0$，$b<0$，那么 ab ____ 0.

3. (1) 当 $a>0$ 时，a 与 $2a$ 哪个大？

(2) 当 $a<0$ 时，a 与 $2a$ 哪个大？

2.9 有理数的除法

会进行有理数的除法运算.

怎样计算 $8\div(-4)$呢?

根据除法的意义,这就是要求一个数,使它与-4相乘,会得到 8.

$\because$ $(-2)\times(-4)=8$,

$\therefore$ $8\div(-4)=-2$.

另一方面,我们有

$$8\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-2.$$

那么,

$$8\boxed{\div(-4)}=8\boxed{\times\left(-\frac{1}{4}\right)}.$$

有理数的除法可以利用乘法来进行.

换几个数试试,同样可以得到

$$(-8)\boxed{\div 4}=(-8)\boxed{\times\frac{1}{4}},$$

$$(-8)\boxed{\div(-4)}=(-8)\boxed{\times\left(-\frac{1}{4}\right)}.$$

其中,$(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=1$, $4\times\frac{1}{4}=1$.

对于有理数仍然有:**乘积是 1 的两个数互为倒数.**

例如，　　$(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1$，

∴　-2 与 $-\frac{1}{2}$ 互为倒数.

又如，　　$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=1$，

∴　$-\frac{2}{3}$ 与 $-\frac{3}{2}$ 互为倒数.

与小学学过的除法一样，对于有理数除法有：

有理数除法法则

除以一个数等于乘上这个数的倒数.

一般地，$a\cdot\frac{1}{a}=1(a\neq0)$.

也就是说，$a(a\neq0)$ 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

有理数除法的法则也可以表示成

$$a\div b=a\cdot\frac{1}{b}(b\neq0).$$

注意　0 不能作除数.

例 1　计算：

(1) $(-36)\div9$；　　(2) $\left(-\frac{12}{25}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)$.

解：(1) $(-36)\div9=(-36)\times\frac{1}{9}=-4$；

(2) $\left(-\frac{12}{25}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{12}{25}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{4}{5}$.

练 习

1. 写出下列各数的倒数：

(1) $-\frac{4}{7}$；(2) 0.2；(3) -5；(4) -1.

2. 计算：

(1) $(-18)\div 6$；　　(2) $(-63)\div(-7)$；

(3) $1\div(-9)$；　　(4) $0\div(-8)$.

3. 计算：

(1) $84\div(-7)$；　　(2) $(-96)\div(-16)$；

(3) $(-6.5)\div 0.13$；　　(4) $\left(-\frac{3}{5}\right)\div\left(-\frac{2}{5}\right)$.

因为有理数的除法可以化成有理数的乘法，所以对于有理数的除法有与乘法类似的法则：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.

0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0.

例 2　化简下列分数：

(1) $\frac{-12}{3}$；　　(2) $\frac{-45}{-15}$.

解：(1) $\frac{-12}{3}=(-12)\div 3=-4$；

(2) $\frac{-45}{-15}=(-45)\div(-15)=3$.

注意　因为除法与分数可以互化，所以可以利用除法化简分数.

例 3 计算：

(1) $\left(-24\frac{6}{7}\right)\div(-6)$；

(2) $-3.5\div\frac{7}{8}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$.

解：(1) $\left(-24\frac{6}{7}\right)\div(-6)=\left(24+\frac{6}{7}\right)\times\frac{1}{6}$

$=4+\frac{1}{7}=4\frac{1}{7}$；

(2) $-3.5\div\frac{7}{8}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{7}{2}\times\frac{8}{7}\times\frac{3}{4}=3$.

注意 (1)有理数的除法化成有理数的乘法以后，可以利用有理数乘法的运算性质简化运算.

(2) 乘除混合运算往往先将除法化成乘法，再确定积的符号，最后求出结果.

练 习

1. 化简：

(1) $\frac{-48}{8}$；(2) $\frac{-24}{-36}$；(3) $\frac{0}{-5}$.

2. 计算：

(1) $\left(-27\frac{9}{11}\right)\div 9$；(2) $(-6)\div(-4)\div\left(-1\frac{1}{5}\right)$；

(3) $-0.25\div\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{3}{5}\right)$.

习 题 2.9

A 组

1. 写出下列各数的倒数：

(1) -15；　(2) $\frac{5}{9}$；　(3) -0.25；

(4) 0.13；　(5) $4\frac{1}{4}$；　(6) $-5\frac{2}{5}$.

2. 计算：

(1) $-91\div13$；　(2) $-56\div(-14)$；

(3) $(-42)\div12$；　(4) $16\div(-3)$；

(5) $-600\div15$；　(6) $(-48)\div(-16)$.

3. 计算：

(1) $(-18)\div0.6$；　(2) $-25.6\div(-0.064)$；

(3) $\frac{4}{5}\div(-1)$；　(4) $-3\frac{1}{7}\div\frac{11}{12}$；

(5) $-0.25\div\frac{3}{8}$；　(6) $-\frac{1}{4}\div(-1.5)$.

4. 化简下列分数：

(1) $\frac{-21}{7}$；　(2) $\frac{3}{-36}$；　(3) $\frac{-54}{-8}$；

(4) $\frac{7}{-\frac{1}{3}}$；　(5) $\frac{-\frac{1}{4}}{5}$；　(6) $\frac{-6}{-0.3}$.

5. 计算：

(1) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\div\left(-2\frac{1}{4}\right)$；

(2) $-6\div(-0.25)\times\frac{11}{14}$.

6. 当 $a=-3$，$b=-2$，$c=5$ 时，求下列各代数式的值：

(1) $a\div bc$（即 $a\div(bc)$）；　　(2) $ab\div c$；

(3) $\dfrac{a+b}{c}$；　　(4) $\dfrac{a-c}{b}$；

(5) $\dfrac{-a-b}{b}$；　　(6) $\dfrac{-b+c}{-a}$.

B 组

1. 填空：

(1) 如果 $a>0$，$b<0$，那么 $\dfrac{a}{b}$____0；

(2) 如果 $a<0$，$b>0$，那么 $\dfrac{a}{b}$____0；

(3) 如果 $a<0$，$b<0$，那么 $\dfrac{a}{b}$____0；

(4) 如果 $a=0$，$b<0$，那么 $\dfrac{a}{b}$____0.

2. 判断下列各式是否成立：

(1) $\dfrac{-a}{b}=\dfrac{a}{-b}=-\dfrac{a}{b}$；

(2) $\dfrac{-a}{-b}=\dfrac{a}{b}$.

3. 解下列方程：

(1) $5x=-15$；　　(2) $-4x=20$；

(3) $-6x=-45$；　　(4) $-7x=-\dfrac{1}{3}$.

求平均数

在电视或收音机中，经常转播篮球、排球比赛，你喜欢吗？电视台或广播电台的解说员在介绍一个球队时，常常要说到这个球队的平均身高是多少．身高是打篮球、打排球的一个重要条件，但是一个球队中的队员身材有高、有低，比较两个队，哪个队在高度上占优势，就要用到平均身高．给出一组数据，比如一队球员每个人的身高，求它们的平均数，大家都会求，可是，学习了有理数的运算之后，有没有简便一些的算法呢？我们看下面的例子．

女子排球队共有10名队员，身高分别为

1.73米，1.74米，1.70米，1.76米，1.80米，

1.75米，1.77米，1.79米，1.74米，1.72米．

这个队的队员平均身高是多少？

直接计算是

$$\frac{1}{10}(1.73+1.74+1.70+1.76+1.80+1.75+1.77$$
$$+1.79+1.74+1.72)$$
$$=\frac{1}{10}\times 17.5=1.75(\text{米}).$$

这样计算身高的和比较繁．

观察一下这些数，都在1.75上下，这时，可以这样计算，先计算各数与1.75的差，也就是先都减去1.75．为了不出现小数，把单位换成厘米，得到以下数据．

-2，-1，-5，1，5，

0，2，4，-1，-3.

计算这组数的平均数，得

$$\frac{1}{10}\times(-2-1-5+1+5+0+2+4-1-3)$$

$$=\frac{1}{10}\times 0=0.$$

因为前面每个数都减去了175，把这里的得数0再加上175，就得出这个排球队全体队员的平均身高是175厘米.

在求一组数的平均数时，只要这组数都接近某一个数，我们都可以采用这种办法计算.

练 习

1. 女子篮球队10名队员的身高是（单位：米）

   1.65，1.68，1.73，1.72，1.69，

   1.70，1.67，1.72，1.71，1.63.

   求这10名队员的平均身高.

2. 10筐苹果的重量如下（单位：千克）

   52，53，49，47，50，

   54，51，48，48，49.

   求平均每筐苹果的重量.

2.10 有理数的乘方

1. 会进行有理数的乘方运算.
2. 会用科学记数法表示比较大的数.

在小学已经学过，

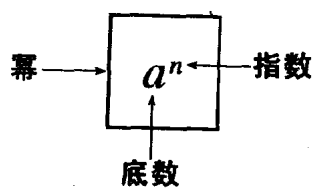
$a \cdot a$ 记作 a^2，读作 a 的平方（或 a 的二次方）；

$a \cdot a \cdot a$ 记作 a^3，读作 a 的立方（或 a 的三次方）.

一般地，我们有：

n 个相同的因数 a 相乘，即 $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots \cdot a}_{n\text{个}}$，记作 a^n.

这种求 n 个相同因数的积的运算，叫做**乘方**，乘方的结果叫做**幂**. 在 a^n 中，a 叫做**底数**，n 叫做**指数**，a^n 读作 a 的 n 次方. a^n 看作是 a 的 n 次方的结果时，也可读作 a 的 n 次幂.



例如，在 9^4 中，底数是 9，指数是 4，9^4 读作 9 的 4 次方，或 9 的 4 次幂.

一个数可以看作这个数本身的一次方. 例如，5 就是 5^1. 指数 1 通常省略不写.

因为 a^n 就是 n 个 a 相乘，所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算.

例 1 计算：

(1) $(-4)^3$；　　(2) $(-2)^4$.

解：(1) $(-4)^3=(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)=-64$；

(2) $(-2)^4=(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=16$.

根据有理数乘法运算法则，可以知道，**正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数.**

练　习

1. (1) $(-7)^9$ 读作什么？其中底数是什么？指数是什么？$(-7)^9$ 是正数还是负数？

(2) $(-12)^{10}$ 读作什么？其中 -12 叫做什么数？10 叫做什么数？$(-12)^{10}$ 是正数还是负数？

2. 计算：

(1) $(-1)^{10}$；　　(2) $(-1)^7$；

(3) 8^3；　　(4) $(-5)^3$；

(5) $(-0.1)^3$；　　(6) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；

(7) 10^4；　　(8) 10^5.

在日常生活中，常常会遇到一些比较大的数．如：

太阳的半径大约是 696 000 千米；

光的速度大约是 300 000 000 米/秒．

这样的大数读、写都有困难．考虑到 10 的乘方有如下的特点：

$$10^2=100,\qquad 10^3=1\,000,\ \cdots$$

就是一般地，10 的 n 次幂，在 1 的后面有 n 个 0，人们就利用 10 的乘方表示一些大数．例如，

$$696\,000=6.96\times 100\,000=6.96\times 10^5.$$

把一个大于10 的数记成 $a\times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数，这种记数法叫做科学记数法．

例 2 用科学记数法记出下列各数：

1 000 000，57 000 000.

解：$1\,000\,000=10^6$；

$$57\,000\,000=5.7\times 10\,000\,000=5.7\times 10^7.$$

注意 一个数的科学记数法中，10 的指数比原数的整数位数少 1，如原数有 8 位整数，指数就是 7.

练 习

1. 用科学记数法记出下列各数：

10 000，800 000，56 000 000，7 400 000.

2. 下列用科学记数法记出的数，原来各是什么数？

1×10^7，4×10^3，8.5×10^6，7.04×10^5，3.96×10^4.

习 题 2.10

A 组

1. 填空：

(1) 在 7.5^4 中，指数是____，底数是____；

(2) 在 $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ 中，指数是____，底数是____；

(3) 在 b^n 中，指数是____，底数是____.

2. 判断下列各式是否成立：

(1) $3^2=3\times2$；　　(2) $3^2=2^3$.

3. 3 的平方是多少？-3 的平方是多少？平方得 9 的数有几个？有没有平方得 -9 的有理数？

4. 计算：

(1) $(-3)^3$；　　(2) $\left(-1\frac{1}{15}\right)^2$；

(3) $(-1.7)^2$；　　(4) $4\cdot(-2)^3$；

(5) $-(-2)^4$；　　(6) $(-2)^2(-3)^2$.

5. 当 $a=-3$，$b=-5$，$c=4$ 时，求下列代数式的值：

(1) $(a+b)^2$；　　(2) $a^2-b^2+c^2$；

(3) $(-a+b-c)^2$；　　(4) $a^2+2ab+b^2$.

6. 用科学记数法记出下列各数：

(1) 7 000 000；　(2) 92 000；　(3) 63 000 000；

(4) 304 000；　(5) 8 700 000；　(6) 500 900 000.

7. 下列用科学记数法记出的数，原来各是什么数？

(1) 2×10^6；　(2) 9.6×10^5；　(3) 7.58×10^7；

(4) 4.31×10^5；　(5) 6.03×10^8；　(6) 5.002×10^7.

8. 用科学记数法记出下列各数：

（1）地球离太阳约有一亿五千万千米；

（2）地球上煤的储量估计为15万亿吨以上.

B 组

1. $1.2^2=?$ $\begin{cases}12^2=? & 120^2=?\\ 0.12^2=? & 0.012^2=?\end{cases}$

底数的小数点向右或者向左移动一位，平方数的小数点怎样移动？底数的小数点向右或者向左移动两位呢？

2. $1.2^3=?$ $\begin{cases}12^3=? & 120^3=?\\ 0.12^3=? & 0.012^3=?\end{cases}$

底数的小数点向右或者向左移动一位，立方数的小数点怎样移动？底数的小数点向右或者向左移动两位呢？

3. 当 a 是负数时，判断下列各式是否成立：

（1）$a^2=(-a)^2$；　　（2）$a^3=(-a)^3$；

（3）$a^2=|a^2|$；　　（4）$a^3=|a^3|$.

4. 一天有 8.64×10^4 秒，一年如果按365天计算，一年有多少秒（用科学记数法表示）？

5. 地球绕太阳转动（即地球的公转）每小时约通过 1.1×10^5 千米. 声音在空气中传播，每小时约通过 1.2×10^3 千米. 地球公转的速度与声音的速度，哪个大？

2.11 有理数的混合运算

会进行有理数的混合运算.

有理数的混合运算要按下面的顺序进行：

运算顺序

先算乘方，再算乘除，最后算加减. 如果有括号，就先算括号里面的.

例1 计算$-1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-1\frac{1}{4}$.

解： $-1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-1\frac{1}{4}$

$=-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-1-\frac{1}{4}$

$=-1-1+\frac{-6+4+10-3}{12}$

$=-2+\frac{5}{12}$

$=-1\frac{7}{12}$.

练 习

计算：

1. $1.6+5.9-25.8+12.8-7.4$.
2. $-5\frac{1}{2}+8\frac{2}{3}-12\frac{5}{6}$.

例 2 计算 $2\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div 1\frac{1}{4}$.

解：$2\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div 1\frac{1}{4}$

$=\frac{11}{5}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{11}\times\frac{4}{5}$

$=-\frac{2}{25}$.

练 习

计算：

1. $-2.5\times(-4.8)\times 0.09\div(-0.27)$.
2. $2\frac{1}{4}\times\left(-\frac{6}{7}\right)\div\left(\frac{1}{2}-2\right)$.

例 3 计算 $-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$.

解：$-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$

$=-10+8\div 4-12$

$=-10+2-12=-20$.

练 习

计算：

1. $-9+5\times(-6)-(-4)^2\div(-8)$.
2. $2\times(-3)^3-4\times(-3)+15$.

习 题 2.11

A 组

1. 计算：

(1) $-\frac{1}{2}+1\frac{1}{5}-2\frac{7}{10}$；

(2) $2.28-3.76+1\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$；

(3) $-3.2+3\frac{3}{7}-6.8+5\frac{4}{7}$；

(4) $1\frac{3}{4}-2\frac{1}{6}-1.75+3\frac{2}{3}$.

2. (1) $-8+4\div(-2)$；

(2) $6-(-12)\div(-3)$；

(3) $3\cdot(-4)+(-28)\div 7$；

(4) $(-7)(-5)-90\div(-15)$；

(5) $(-48)\div 8-(-25)(-6)$；

(6) $42\times\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-0.25)$.

3. 计算：

(1) $4-5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3$；

(2) $-2^3-3\cdot(-1)^3-(-1)^4$；

(3) $-2^4+(3-7)^2-2\cdot(-1)^2$；

(4) $-2\cdot(0.1)^3(-0.2)^2+(-0.8)$；

(5) $-2^3\div\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2$；

(6) $-1^4-(1-0.5)\times\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$.

4. 计算：

(1) $-1\frac{2}{3}\times\left(0.5-\frac{2}{3}\right)\div 1\frac{1}{9}$；

(2) $17-8\div(-2)+4\cdot(-5)$；

(3) $-2\frac{1}{2}+5\frac{3}{5}\div(-2)\times\left(-\frac{5}{14}\right)$；

(4) $4\cdot(-3)^2-5\cdot(-3)+6$；

(5) $(-56)\div(-12+8)+(-2)\times 5$；

(6) $-3-\left[-5+\left(1-0.2\times\frac{3}{5}\right)\div(-2)\right]$；

(7) $1\div(-1)+0\div 4-(-4)(-1)$；

(8) $18+32\div(-2)^3-(-4)^2\times 5$.

5. 某地11月每天的最低气温如下表，分别计算上旬、中旬、下旬和全月的平均最低气温，填入表内.

11月　日最低气温记录　　温度单位：℃

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	上旬平均
温度	6	6.5	7	4	2.5	3	1	1.5	−2	−3	
日期	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	中旬平均
温度	−1	0	1.5	0.5	−2	−3.5	−4	−1	2	1	
日期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	下旬平均
温度	1.5	0.5	0	−3	−5	−2	−1	−4	−5.5	−7.5	

月平均____

6. 根据下列条件分别求 a^3-b^3 与 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 的值：

(1) $a=-4$，$b=-7$；

(2) $a=\frac{2}{3}$，$b=-\frac{1}{2}$.

7. 当 $a=-5.4$，$b=6$，$c=48$，$d=-1.2$ 时，求下列代数式的值：

(1) $\frac{a}{3}+0.8$；　　(2) $\frac{b}{a}+\frac{1}{3}$；

(3) $\frac{b}{d}+(-c)$；　　(4) $\frac{a}{-d}+\frac{c}{b}$；

(5) $\frac{b-c}{d}$；　　(6) $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

B 组

1. 当 $a=-6$，$b=-4$，$c=10$ 时，求下列代数式的值：

(1) $\frac{(a+b)^2}{c}$；　　(2) $\frac{a^2+2ab+b^2}{c}$；

(3) $\frac{a-b}{(a-c)^2}$；　　(4) $\frac{a-b}{a^2-2ac+c^2}$；

(5) $\frac{b-a}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$；　　(6) $\frac{\frac{b}{a}+\frac{c}{b}}{b+c}$.

2. 判断下列各式是否成立（其中 a 是有理数，$a\neq 0$）：

(1) $a^2+1>0$；　　(2) $1-a^2<0$；

(3) $1+\frac{1}{a}>1$；　　(4) $1-\frac{1}{a}<1$.

3. 解下列方程：

(1) $2x+5=3$；　　(2) $3x-8=-24$；

(3) $-\frac{x}{3}+2=10$；　　(4) $-7x-30=-9$.

2.12 近似数与有效数字

1. 给一个近似数，能说出它精确到哪一位，它有几个有效数字.
2. 给一个数，能按照精确到哪一位或保留几位有效数字的要求，四舍五入取近似数.

先看一个问题：

有 10 千克苹果，平均分给 3 个人，应该怎样分？

不少同学会回答：平均每人分 $3\frac{1}{3}$ 千克苹果.

实际上办得到吗？通常只能把 $3\frac{1}{3}$ 化成小数，取一个近似值. 例如，结果保留一位小数，得

$$3\frac{1}{3}\approx 3.3(\text{千克}).$$

然后按这个数分称.

这里的 $3\frac{1}{3}$ 是一个准确数，3.3 是一个近似数. 但是，我们在实际解决问题时，往往只能用近似数. 一方面，搞得完全准确有时是办不到的；另一方面，往往也没有必要搞得完全准确.

在大量的实际数学问题中，都会遇到近似数的问题，使用近似数，就有一个近似程度的问题，也就是精确度的问题.

还是以开始的问题为例，我们知道

$$3\frac{1}{3}=3.333\cdots.$$

结果取 3，就叫做精确到个位；

取 3.3，就叫做精确到十分位（或精确到 0.1）；

取 3.33，就叫做精确到百分位（或精确到 0.01）；

……

一般地，一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位.

这时，从左边第一个不是 0 的数字起，到精确到的数位止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字.

例如，

3.3 有两个有效数字 3，3；

3.33 有三个有效数字 3，3，3.

例 1 下列由四舍五入得到的近似数，各精确到哪一位，各有哪几个有效数字？

(1) 43.8；　(2) 0.030 86；　(3) 2.4 万.

解：(1) 43.8，精确到十分位（即精确到 0.1），有三个有效数字 4，3，8；

(2) 0.030 86，精确到十万分位（即精确到 0.000 01），有四个有效数字 3，0，8，6；

(3) 2.4 万，精确到千位，有两个有效数字 2，4.

练 习

1. （口答）举几个实际中遇到的准确数和近似数的例子.
2. （口答）圆周率 $\pi=3.141\,592\,6\cdots$. 取近似值 3.14，是精确到哪一位？有几个有效数字？取近似值 3.142 呢？取近似值 3.141 6 呢？
3. 下列由四舍五入得到的近似数，各精确到哪一位，各有几个有效数字？

   (1) 25.7；　(2) 0.407；　(3) 103 万.

在实际计算时，往往对运算结果的精确度提出要求，这个要求可以是精确到哪一位，也可以是保留几个有效数字.

例 2 用四舍五入法，按括号里的要求对下列各数取近似值：

(1) 0.851 49（精确到千分位）；

(2) 47.6（精确到个位）；

(3) 1.597 2（精确到 0.01）.

解：(1) $0.851\,49\approx0.851$；

(2) $47.6\approx48$；

(3) $1.597\,2\approx1.60$.

注意 上面 (3) 中，由四舍五入得来的 1.60，跟 1.6 不一样，不能随便把最后一个 0 去掉.

例 3 用四舍五入法，按括号里的要求对下列各数取近似值：

(1) 0.020 76（保留三个有效数字）；

(2) 64 340（保留一个有效数字）；

(3) 60 340（保留两个有效数字）.

解：(1) $0.020\ 76 \approx 0.020\ 8$；

(2) $64\ 340 \approx 6 \times 10^4$；

(3) $60\ 340 \approx 6.0 \times 10^4$.

注意 (2) 与 (3) 中，如果把结果都写成 60 000，就看不出哪些是保留的有效数字，所以我们用科学记数法，把 (2) 的结果记成 6×10^4，把 (3) 的结果记成 6.0×10^4.

练 习

1. （口答）由四舍五入得到的近似数 3.10×10^4，精确到哪一位？有几个有效数字？

2. 用四舍五入法，对下列各数按括号中要求取近似值：

(1) 56.32（保留三个有效数字）；

(2) 0.664 8（精确到 0.01）；

(3) 78 300（保留两个有效数字）；

(4) 0.709 6（精确到千分位）；

(5) 37 024（保留三个有效数字）；

(6) 30 250（精确到百位）.

习 题 2.12

A 组

1. 下列由四舍五入得到的近似数，各精确到哪一位？各有几个有效数字？

(1) 18.32；　　(2) 35；

(3) 0.708；　　(4) 6.409；

(5) 54.80；　　(6) 0.007 4；

(7) 89.3；　　(8) 0.054 0；

(9) 5.02；　　(10) 2.00；

(11) 3.01×10^3；　　(12) 1.10×10^4.

2. 用四舍五入法对下列各数按括号中要求取近似值：

(1) 12.17，0.009 403，8 607 000（保留三个有效数字）；

(2) 2.768，3.401 7，92.598（精确到百分位）；

(3) 19.74，8.965，0.409（精确到 0.1）；

(4) 3 590，17 289，3.04×10^4（精确到千位）.

B 组

1. 在本节开始的问题中，3.3 是 $3\frac{1}{3}$ 的近似值，这里的 $3\frac{1}{3}$ 叫做真值，3.3 与真值相差多少（精确到千分位）？

2. 由四舍五入得到的近似数是 35，下列哪些数不可能是真值？

(1) 34.49；　　(2) 34.51；

(3) 34.99；　　(4) 35.01.

2.13 平方表与立方表

会查表求一个数的平方与立方.

求 $0.246\,8^2$、$(-51.97)^3$ 这样的平方数或立方数，直接计算，比较麻烦；查平方表或立方表，就能很快得出结果.

下面是四位平方表的一部分，能查到(最多)有四个有效数字的数的平方，查得的结果有四个有效数字.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	4.000	4.040	4.080	4.121	4.162	4.203	4.244	4.285	4.326	4.368	4	8	12	16	20	25	29	33	37
2.1	4.410	4.452	4.494	4.537	4.580	4.623	4.666	4.709	4.752	4.796	4	9	13	17	21	26	30	34	39
2.2	4.840	4.884	4.928	4.973	5.018	5.063	5.108	5.153	5.198	5.244	4	9	13	18	22	27	31	36	40
2.3	5.290	5.336	5.382	5.429	5.476	5.523	5.570	5.617	5.664	5.712	5	9	14	19	23	28	33	38	42
2.4	5.760	5.808	5.856	5.905	5.954	6.003	6.052	6.101	6.150	6.200	5	10	15	20	24	29	34	39	44

例 1 查表求 2.46^2.

查 2.4 所在的横行和 6 所在的直列，交叉处得 6.052.

N		6	
2.4	→	↓ 6.052	

解：$2.46^2=6.052$.

查表所得的结果，虽然大都是近似值，一般仍用等号.

例 2 查表求 2.468^2.

查得 $2.46^2=6.052$，再查这一横行和修正值表中 8 所在的直列，在交叉处得 39，它表示 6.052 最后两位上应加上 39，即 6.052 加上 0.039，得 6.091.

N		6		8	
2.4	→	↓ 6.052		↓ 39	

解：$2.468^2=6.091$.

练 习

1. （口答）查表求 2.29^2，2.15^2，2.07^2，2.3^2.
2. 查表求 2.291^2，2.157^2，2.073^2，2.307^2.

例 3 查表求 246.8^2，$0.246\,8^2$.

表中查不到这两个平方数，只能查到 $2.468^2=6.091$.

从习题 2.10*B* 组第 1 题，我们看到，底数的小数点每向右（或向左）移动一位，平方数的小数点相应地向右（或向左）移动两位.

因为 246.8 是把 2.468 的小数点右移两位而得，所以 246.8^2 应是把 2.468^2 的小数点右移四位而得，即把 6.091 的小数点右移四位，得

$$246.8^2=60\,910.$$

又因 0.246 8 是把 2.468 的小数点左移一位而得，所以 $0.246\,8^2$ 应是把 2.468^2 的小数点左移两位而得，即把 6.091 的小数点左移两位，得

$$0.246\,8^2=0.060\,91.$$

$$2.468^2 = 6.091 \qquad 2.468^2 = 6.091$$

底数的小数点右移两位　结果的小数点右移四位　底数的小数点左移一位　结果的小数点左移两位

$$246.8^2 = 60\,910 \qquad 0.246\,8^2 = 0.060\,91.$$

解：$246.8^2=60\,910$，$0.246\,8^2=0.060\,91$.

练　习

查表求 22.91^2，$0.215\,7^2$，207.3^2，$0.023\,07^2$.

下面是四位立方表的一部分.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
5.0	125.0	125.8	126.5	127.3	128.0	128.8	129.6	130.3	131.1	131.9	1	2	2	3	4
5.1	132.7	133.4	134.2	135.0	135.8	136.6	137.4	138.2	139.0	139.8	1	2	2	3	4
5.2	140.6	141.4	142.2	143.1	143.9	144.7	145.5	146.4	147.2	148.0	1	2	2	3	4
5.3	148.9	149.7	150.6	151.4	152.3	153.1	154.0	154.9	155.7	156.6	1	2	3	3	4
5.4	157.5	158.3	159.2	160.1	161.0	161.9	162.8	163.7	164.6	165.5	1	2	3	4	4

例 4　查表求 5.19^3.

解：$5.19^3=139.8$.

例 5 查表求 5.263^3，5.268^3，5.194^3，5.197^3.

查 5.263^3 时，是先查得 $5.26^3=145.5$，再查这一横行和修正值表中 3 所在的直列，在交叉处得 2，表示 145.5 最后一位上的 2，即 0.2. 因此 $5.263^3=145.5+0.2=145.7$. 查 5.268^3 时，是先查得 $5.27^3=146.4$，再查这一横行和修正值表中 2 所在的直列，在交叉处得 2. 因此 $5.268^3=146.4-0.2=146.2$.

解：$5.263^3=145.7$，　$5.268^3=146.2$，

$5.194^3=140.1$，　$5.197^3=140.4$.

例 6 查表求 $0.519\ 7^3$，$0.051\ 97^3$，519.7^3，$(-51.97)^3$.

先查得 $5.197^3=140.4$. 从习题 2.10*B* 组第 2 题，我们看到，底数的小数点每向右（或向左）移动一位，立方数的小数点相应地向右（或向左）移动三位.

$5.197^3=140.4$　　$5.197^3=140.4$

底数的小数点左移一位　结果的小数点左移三位　　底数的小数点右移两位　结果的小数点右移六位

$0.519\ 7^3=0.140\ 4$　　$519.7^3=140\ 400\ 000$

解：$0.519\ 7^3=0.140\ 4$，

$0.051\ 97^3=0.000\ 140\ 4$，

$519.7^3=140\ 400\ 000$，

$(-51.97)^3=-51.97^3=-140\ 400$.

练 习

1. （口答）查表求 5.37^3，5.06^3，5.21^3，5.4^3.

2. 查表求 5.373^3，5.069^3，5.215^3，5.398^3.

3. 查表求 53.73^3，$0.050\ 69^3$，521.5^3，$(-0.539\ 8)^3$.

求多于四个有效数字的数的平方或立方，可以先把底数四舍五入到四个有效数字，再查表求得有四个有效数字的平方数或立方数. 例如，

$$0.246\ 83^2 \approx 0.246\ 8^2 = 0.060\ 91;$$

$$(-51.968)^3 \approx (-51.97)^3 = -140\ 400.$$

例 7 球的体积公式是：

$$\text{球体积} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{半径}^3.$$

查表计算半径是 0.89 m 的球的体积（结果保留两个有效数字，π 取 3.14）.

解：$\frac{4}{3} \times 3.14 \times 0.89^3$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 0.705\ 0 \approx 3.0.$$

答：半径是 0.89 m 的球的体积约是 3.0 m^3.

练 习

1. 计算 3.14×0.95^2（结果保留两个有效数字）.

2. 球体积 $= \frac{1}{6} \times \pi \times$ 直径^3. 查表计算直径是 2.35 m 的球的体积（结果保留两个有效数字，π 取 3.14）.

习 题 2.13

A 组

1. 查表求下列平方数：

(1) 1.98^2；　　(2) 8.79^2；

(3) 4.08^2；　　(4) 6.3^2；

(5) 3.168^2；　　(6) 3.186^2；

(7) 5.004^2；　　(8) 7.707^2；

(9) 45.6^2；　　(10) 0.087^2；

(11) 604^2；　　(12) 0.538^2；

(13) $0.021\ 08^2$；　　(14) 750.6^2；

(15) 30.48^2；　　(16) $0.800\ 8^2$；

(17) $(-2.49)^2$；　　(18) -56.7^2.

2. 查表求下列立方数：

(1) 8.57^3；　　(2) 1.709^3；

(3) 6.43^3；　　(4) 9.58^3；

(5) 4.384^3；　　(6) 2.173^3；

(7) 7.058^3；　　(8) 8.009^3；

9) 11.74^3；　　(10) 0.356^3；

、$(-0.040\ 89)^3$；(12) -699.8^3.

+算：

'$5^2+2.93^2$；　(2) $8.27^3-6.42^3$；

$^2-0.985^2$；(4) $91.08^3+64.37^3$；

$86^2-10\times3.986-9$.

4. 查表计算（结果保留两个有效数字）：

（1）3.14×98^2；

（2）$\frac{1}{3}\times3.14\times0.57^2$；

（3）$\frac{4}{3}\times3.14\times6.9^3$.

5. 查表计算（结果保留三个有效数字）：

（1）边长为 84.6 cm 的正方形的面积；

（2）棱长为 2.95 m 的正方体的体积.

6. 查表计算（结果保留两个有效数字，π 取 3.14）：

（1）半径为 7.8 m 的圆的面积；

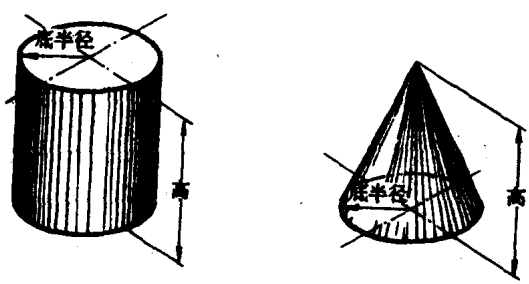
（2）直径为 37 cm 的球的体积；

（3）半径为 96 cm 的球的面积（球面积$=4\times\pi\times$半径^2）.

7. 查表计算（结果保留两个有效数字，π 取 3.14）：

（1）高为 0.82 m，底半径为 0.47 m 的圆柱的体积；

（2）高为 7.6 cm，底半径为 2.7 cm 的圆锥的体积.



（第 7 题）

小结与复习

一、内容提要

1. 本章从引入负数开始，首先介绍有理数的基本概念，然后讲述有理数的各种运算，结合进行代数式与方程的基本知识的运用与复习．本章的重点是有理数的运算．今后进一步学习数、式、方程等知识，都离不开有理数的运算．

2. 正数和负数的概念是客观实际中存在的量的反映，有了负数就可以解 $x+2=1$ 这样的方程了．

3. 有理数是整数与分数的统称，常用的分类是

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\\0\\\text{负有理数}\end{cases}$$

4. 数 a 的相反数是 $-a$．

5. 数 a 的绝对值是数轴上表示数 a 的点与原点的距离．要确定一个数，一是符号，二是绝对值．

6. 有理数的加法：两数相加，同号的取原来的符号，并把绝对值相加；异号的取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值．

有理数的减法：$a-b=a+(-b)$．这样减法就可以转化成加法了．

7. 有理数的乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

有理数的除法：$a\div b=a\cdot\frac{1}{b}$ $(b\neq 0)$. 这样除法就可以转化成乘法了.

8. 有理数的乘方：求几个相同因数的积的运算.

$$\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}}=a^n.$$

求一个数的平方或立方可以利用平方表或立方表.

9. 在进行有理数运算时，要注意灵活运用以下运算律：

加法交换律：$a+b=b+a$.

加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$.

乘法交换律：$ab=ba$.

乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$.

分配律：$a(b+c)=ab+ac$.

10. 在实际运算中经常会遇到近似数，注意按要求的精确度进行计算. 对较大的数用科学记数法表示既方便，又容易体现对有效数字的要求.

二、学习要求

1. 能结合有理数的运算，运用有理数、数轴、相反数、绝对值等概念，会比较有理数的大小.

2. 会运用有理数的运算法则、运算律，按照规定的运算顺序，熟练地进行简单的有理数的加、减、乘、除、乘方及其混合运算.

3. 在运算中能根据对有效数字位数或精确到哪一数位的要求，确定运算结果. 会查表求一个数的平方或立方.

三、需要注意的几个问题

1. 数轴是理解有理数概念与运算的重要工具，数与表示数的图形（如数轴）相结合的思想是学习数学的重要思想.

2. 对于有理数的基本概念，要能从不同角度去理解、认识.

例如，相反数的概念，可以从本身的定义、在数轴上的位置、在加法中的运用等多方面去认识.

3. 在学了负数以后，要注意克服小学与第一章中出现的字母只表示正数或 0 的局限性.

如进一步认识 $a+b=b+a$ 中的 a，b 可以是正数、负数或 0.

4. 在运算中，要注意正负号、运算顺序等，以提高准确性，还要注意灵活运用运算律，以提高运算速度.

复习题二

A 组

1. 有理数-3，$+8$，$-\frac{1}{2}$，0.1，0，$\frac{1}{3}$，-10，5，-0.4中，哪些属于正数的集合？哪些属于负数的集合？

2. 把表示下列各数的点画在数轴上，再按从大到小的顺序，用“$>$”号把这些数连结起来：

$$+3，-5，5\frac{1}{2}，-2\frac{1}{2}，-4，4，0.$$

3. 按照从小到大的顺序，用“$<$”号把下列各数连结起来：

$$-4\frac{1}{2}，\frac{2}{3}，0.6，-0.6，-4.2，5.$$

4. 水冻结的温度是0 ℃，酒精冻结的温度是-117 ℃，水银冻结的温度是-39 ℃. 哪一个冻结温度最高？哪一个最低？

5. 在数轴上画出大于-5并且小于5的所有整数.

6. 判断下列各式是否正确：

(1) $-\frac{6}{7}<-\frac{7}{9}$；　　(2) $\left|-\frac{6}{7}\right|<\left|-\frac{7}{9}\right|$.

7. 计算：

(1) $-17+29$；　　(2) $-13+(-21)$；

(3) $-15-19$；　　(4) $-31-(-16)$；

(5) -11×12；　　(6) $(-17)(-13)$；

(7) $-64\div16$；　　(8) $(-54)\div(-24)$.

8. 写出下列各数的相反数和倒数：

原　数	5	-6	$\frac{2}{3}$	1	-0.5	-1
相反数						
倒　数						

9. 计算：

(1) $5\div0.1$；　　(2) $5\div0.01$；

(3) $5\div0.001$；　　(4) $5\div(-0.1)$；

(5) $5\div(-0.01)$；　　(6) $5\div(-0.001)$；

(7) $0.2\div0.1$；　　(8) $0.02\div0.01$；

(9) $0.002\div0.001$；　　(10) $(-0.3)\div0.1$；

(11) $(-0.03)\div0.01$；　　(12) $(-0.003)\div0.001$.

10. 计算：

(1) $\left(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)\times\left(-1\frac{1}{7}\right)$；

(2) $(-81)\div2\frac{1}{4}+\frac{4}{9}\div(-16)$；

(3) $\frac{2}{5}\div\left(-2\frac{2}{5}\right)-\frac{8}{21}\times\left(-1\frac{3}{4}\right)-0.25$；

(4) $3(-2.5)(-4)+5(-6)(-3)^2$；

(5) $\{0.85-[12+4\times(3-10)]\}\div5$；

(6) $2^2+(-2)^3\times5-(-0.28)\div(-2)^2$；

(7) $[(-3)^3-(-5)^3]\div[(-3)-(-5)]$.

11. (1) 两个互为相反数的数的和是什么?

(2) 两个互为相反数的数 (0 除外) 的商是什么?

12. (1) 平方得 4 的有理数有哪几个?

(2) 有没有平方得 -4 的有理数?

(3) 立方得 8 的有理数有哪几个?

(4) 有没有立方得 -8 的有理数?

13. 当 $a=-7$, $b=-9$, $c=-6$ 时, 求下列代数式的值:

(1) $2a+3b-c$; (2) $a-2b+3c$;

(3) $\frac{3a}{2b}+\frac{2a}{c}$; (4) $\frac{ab}{3c}+\frac{a-c}{b}$;

(5) a^2+bc; (6) $c^2-\frac{2b}{a+1}$.

14. 分别根据下列条件求代数式 $\frac{x^2+y^2}{x-y}$ 的值:

(1) $x=-1.3$, $y=2.4$;

(2) $x=\frac{5}{6}$, $y=-\frac{3}{4}$.

B 组

1. 填空:

(1) ____与它的绝对值互为相反数;

(2) ____与它的绝对值的差为 0;

(3) ____的平方与它的立方互为相反数;

(4) ____的倒数与它的平方相等;

(5) 如果 $-x=-(-11)$, 那么 $x=$____;

(6) 如果 $|-x|=|-5|$, 那么 $x=$____.

2. 如果 $ab<0$，那么下列各式哪些一定不成立：

(1) $a<b<0$；　　(2) $0<a<b$；

(3) $a=0$ 并且 $b<a$；　　(4) $a=b$；

(5) $a<0<b$；　　(6) $\frac{b}{a}<0$.

3. 设 $a<0$，$b<0$，$c<0$，$d<0$，用“$>$”、“$<$”或“$=$”填空：

(1) $\frac{cd}{a}$ ____ 0；　　(2) $\frac{-a+a}{b}$ ____ 0；

(3) $\frac{a+b}{c}$ ____ 0；　　(4) $\frac{ab}{c+d}$ ____ 0；

(5) $\frac{a^3b^4}{c^5}$ ____ 0；　　(6) $\frac{a^3+b^5}{c^6}$ ____ 0；

(7) $\frac{(-b)^2}{b}$ ____ 0；　　(8) $a^2+\frac{c}{d}$ ____ 0.

4. (1) 当 $a>0$，$b>0$，$a>b$ 时，$\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 哪个大？

(2) 当 $a<0$，$b<0$，$a>b$ 时，$\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 哪个大？

5. 解下列方程：

(1) $\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$；　　(2) $\frac{3}{5}x-\frac{1}{6}=-\frac{1}{3}$；

(3) $2.5-0.2x=1.7$；　　(4) $-0.4x-0.1=-0.8$.

自我测验二

（满分 100 分，时间 45 分）

1. （每小题 4 分，共 32 分）填空：

（1）-1.5 的相反数是____，倒数是____；

（2）绝对值小于 3 的负整数有____个，整数有__个；

（3）$-\frac{3}{4}$与$-\frac{5}{6}$的大小关系是$-\frac{3}{4}$____$-\frac{5}{6}$；

（4）用科学计数法表示 80340，应记作____；

（5）$-(-3)=$____；

（6）如果$-2x=7$，那么 $x=$____；

（7）如果 $x<0$，并且 $x^2=4$，那么 $x=$____；

（8）-1 的奇数次幂等于____.

2. （每小题 9 分，共 45 分）计算：

（1）$(-3)\times(-9)-8\times(-5)$；

（2）$-63\div 7+45\div(-9)$；

（3）$-2^4+(-2)^4$；

（4）$-3\times 2^3-(-3\times 2)^3$；

（5）$(-0.1)^3-\frac{1}{4}\times\left(-\frac{3}{5}\right)^2$.

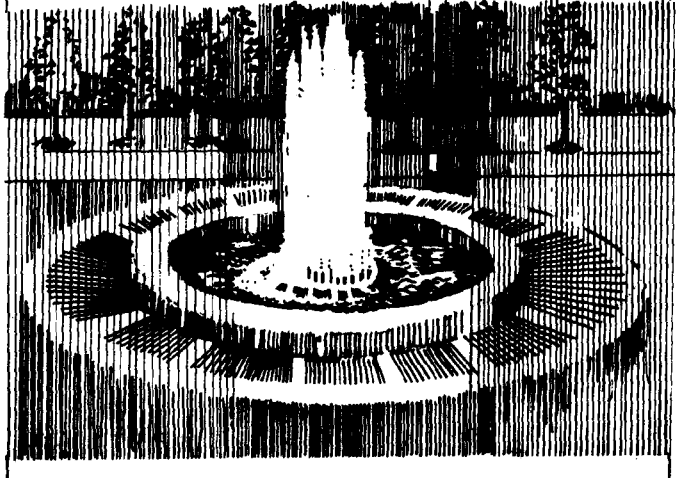
3. （10 分）当 $x=-2$ 时，求代数式$-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}$的值.

4. （13 分）当 $a=\frac{1}{3}$，$b=-6$ 时，求代数式$\frac{a-b}{ab}$的值（精确到百分位）.

第三章

整式的加减

$$2\pi R + 2\pi r$$



让我们先看一个问题.

校园里计划修一个圆形花坛，在花坛内修一个圆形小喷水池．如果花坛的半径是 a 米，小喷水池的半径比花坛的半径少 5 米，问花坛的外围周长与喷水池的周长一共是多少米.

假设圆形花坛的半径是 a 米，则圆形喷水池的半径是$(a-5)$米(图 3-1).

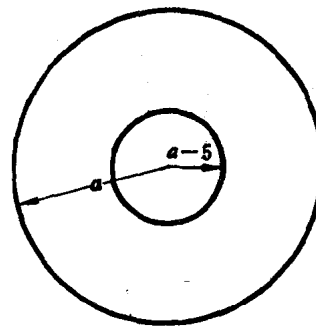


图 3-1

由圆的周长计算公式可以知道，花坛的外围周长是

$$2\pi a(\text{米}),$$

喷水池的周长是

$$2\pi(a-5)(\text{米}),$$

花坛的外围周长与喷水池的周长一共是

$$2\pi a+2\pi(a-5)(\text{米}).$$

看式子 $2\pi a+2\pi(a-5)$，我们发现这一代数式中含加减运算，又含有括号．能不能把它化成比较简单的形式呢？

$2\pi a+2\pi(a-5)$属于代数式中的整式．这一章我们学习整式的有关概念，研究整式的加减运算，解决去括号、合并同类项等问题，为以后的学习做好准备.

3.1 整式

1. 会准确迅速地确定一个单项式的系数和次数.
2. 会准确迅速地确定一个多项式的项数和次数.

我们看下面的一些代数式.

x 表示正方形的边长，则正方形的周长是 $4x$；

a，b 分别表示长方形的长和宽，则长方形的面积是 ab；

x 表示正方体的棱长，则正方体的体积是 x^3；

n 表示一个数，则它的相反数可以记为 $-n$.

看上面得到的代数式 $4x$，ab，x^3，$-n$，它们都是数与字母的积，这样的代数式叫做**单项式**. 单独一个数或一个字母也是单项式.

单项式中的数字因数叫做这个单项式的**系数**. 例如，单项式 $4x$，$-7xy^2$，$\frac{1}{3}a^2b^2$ 的系数分别是 4，-7，$\frac{1}{3}$.

如果一个单项式只含有字母因数，它的系数就是 1 或者 -1. 例如 ab 就是 $1 \cdot ab$，系数是 1；$-n$ 就是 $-1 \cdot n$，系数是 -1.

一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个**单项式的次数**. 例如，

在单项式 $4x$ 中，字母 x 的指数是 1，$4x$ 是一次单项式，在单项式 x^3 中，字母 x 的指数是 3，x^3 是三次单项式；

在单项式 ab 中，字母 a 与 b 的指数和是 2，ab 是二次单项式；

在单项式 $-7xy^2$ 中，字母 x 与 y 的指数和是 3，$-7xy^2$ 是三次单项式；

在单项式 $\frac{1}{3}a^2b^2$ 中，字母 a 与 b 的指数和是 4，$\frac{1}{3}a^2b^2$ 是四次单项式.

练 习

1. 说出下列各单项式的系数：

$$3x^3，\ -\frac{3}{5}xyz，\ a^2b，\ 0.12h，\ -2.15ab^3.$$

2. 说出下列各单项式的次数：

$$2a^2，\ -\frac{1}{5}x^2，\ xyz，\ 0.75ab^2c，\ 32a^2b^2.$$

3. （填表）

单项式	$8x$	$-2a^2bc$	xy^2	t^2	$\frac{5}{7}vt$	$-\frac{2xy}{3}$
系数						
次数						

再来看下面的代数式.

$4x-5$，$6x^2-2x+7$，a^2+ab+b^2.

这些式中都含有加减运算，它们可以看成是由单项式的和组成的式子. 具体地说，

$4x-5$ 是单项式 $4x$ 与 -5 的和；

$6x^2-2x+7$ 是单项式 $6x^2$，$-2x$，7 的和；

a^2+ab+b^2 是单项式 a^2，ab，b^2 的和.

几个单项式的和叫做**多项式**. 在多项式中，每个单项式叫做多项式的**项**. 其中，不含字母的项叫做**常数项**. 例如，

多项式 $4x-5$ 中，$4x$，-5 是它的项，-5 是常数项；

多项式 $6x^2-2x+7$ 中，$6x^2$，$-2x$，7 是它的项，7 是常数项.

要特别注意项的符号，如 $4x-5$ 的常数项是 -5，不是 5；$6x^2-2x+7$ 的第二项是 $-2x$，不是 $2x$.

一个多项式含有几项，就叫几项式. 如 $4x-5$ 是二项式，$6x^2-2x+7$，a^2+ab+b^2 都是三项式.

多项式里，次数最高项的次数，就是这个**多项式的次数**. 例如，

$4x-5$ 是一次二项式；

$6x^2-2x+7$ 是二次三项式；

a^2+ab+b^2 是二次三项式.

练　习

1. 说出多项式 $2x-3xy^2+1$ 的项、最高次项、常数项.

2. 说出下列多项式的项数、次数：

（1）$5a-3a^2b+b^2a-1$；　　（2）$3xy^2-4x^3y+12$.

由于多项式是几个单项式的和，可以用加法交换律与结合律交换多项式中各项的位置，为了计算方便，我们可以把一个多项式的各项按照其中某一个字母的指数来排列. 这就是说，我们可以把多项式的各项按照某一个字母的指数从大到小或从小到大的顺序来排列. 例如，多项式 $x^3+5x-6-4x^2$ 按其中字母 x 的指数从大到小的顺序写成

$$x^3-4x^2+5x-6, \qquad ①$$

或者按字母 x 的指数从小到大的顺序写成

$$-6+5x-4x^2+x^3. \qquad ②$$

把一个多项多按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母**降幂排列**. 把一个多项式按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母**升幂排列**.

可以看出，①式是按字母 x 的降幂排列，②式是按字母 x 的升幂排列.

例 把多项式 $3x^2y-4xy^2+x^3-5y^3$ 重新排列：

(1) 按 y 的降幂排列；

(2) 按 y 的升幂排列.

解：(1) $-5y^3-4xy^2+3x^2y+x^3$；

(2) $x^3+3x^2y-4xy^2-5y^3$.

请你想一想，例题中给出的多项式，按 x 的升幂排列或降幂排列，结果如何.

注意 (1) 重新排列多项式时，各项都要带着符号移动位置；

(2) 对含有两个以上字母的多项式，一般按其中的某一个字母的指数排列顺序.

上面我们学了单项式和多项式，单项式要注意它的系数和次数，多项式要注意它的项数和次数.

单项式和多项式统称**整式**.

练 习

1. 把下列多项式按字母 x 先作降幂排列，再作升幂排列：

(1) $12x-10x^2+8$；　　(2) x^2+y^2+2xy；

(3) $3x^2y-5xy^2+y^3-2x^3$；　　(4) $6+2x^4-x^2+7x^3$.

2. 把多项式 $2xy^2-x^2y+x^3y^3-7$ 重新排列：

(1) 按 x 的降幂排列；

(2) 按 y 的降幂排列.

习 题 3.1

A 组

1. 用代数式表示：

(1) a 的 2 倍与 b 的平方的差；

(2) a、b 两数和的平方的 3 倍；

(3) 比 a 的倒数大 11 的数；

(4) a 与 x 的和的 2 倍的相反数.

2. 设某数用 x 表示，写出下列代数式：

(1) 某数的$\frac{1}{3}$与 5 的和；

(2) 某数的平方与某数 3 倍的差；

(3) 2 与某数的和的$\frac{1}{5}$；

(4) 某数的 2 倍的相反数.

3. x 表示甲数，y 表示乙数，用代数式表示：

(1) 甲乙两数的和与甲乙两数的差的积；

(2) 甲数的 2 倍与乙数的$\frac{1}{2}$的和；

(3) 甲数的平方与乙数的平方的 2 倍的差；

(4) 甲乙两数和的一半的相反数.

4. 填空：

(1) 矩形宽 a cm，长比宽多 2 cm，则周长为____，面积为____.

(2) 圆的半径为 r cm，则半圆的面积为____，半圆的周长为____.

(3) 钢笔每支 a 元，圆珠笔每支 b 元，买 2 支圆珠笔，1 支钢笔共用____元；用一张 5 元面值的人民币购买，应找回____元.

(4) 李华储蓄的人民币是张明储蓄的 3 倍，若李华储蓄 m 元，则张明储蓄____元；若张明储蓄 n 元，则李华储蓄____元.

(5) 一批服装原价每套 x 元. 若按原价的 90%（九折）出售，则每套售价____元.

(6) 一批运动衣按原价的 85%（八五折）出售，每套售价 y 元，则原价为____元.

5. 当 $x=-3$，$y=-2$ 时，求下列各代数式的值：

(1) $\frac{1}{3}x+y$；　　(2) $x^2-3xy+y^2$；

(3) $6y+8x^2$；　　(4) $-\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{3}x^2$.

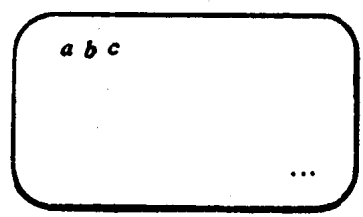
6. 下列代数式中哪些是单项式？填在单项式集合中.

abc，$-2x^3$，$x+y$，

$-m$，$3x^2+4x-2$，

$xy-\frac{1}{2}a$，$x^4+x^2y^2+y^4$，

a^2-ab+b^2，$\frac{1}{2}\pi R^2$，$3ab^2$.



单项式集合

（第 6 题）

7. 当 $x=2\frac{1}{2}$，$y=-1$ 时，计算下列各单项式的值：

(1) $3xy$；　　(2) $0.25xy^2$；

(3) $\frac{1}{25}x^3y$；　　(4) $-\frac{3}{5}xy^5$.

8. 写出一单项式，并指出它的系数，次数.

9. 填表：

单项式	$-15a^2b$	xy	$\frac{2}{3}a^2b^3$	$-0.11m$	$81a^2c^2$	$\frac{3x^2y}{5}$
系　数						
次　数						

10. 下列多项式各是几项式，分别写出各多项式的项：

(1) $4x^2-3$；　　(2) $a^3+a^2b+ab^2+b^3$；

(3) $a^4+b^4-2a^2b^2$；　(4) $-x^3+y^5$.

11. 多项式的次数是怎样确定的？第 10 题中的多项式各是几次多项式？

12. (填空) 下列多项式各是几次几项式？

(1) $3x^3-4$；(　　)

(2) $3x^2-2x+8$；(　　)

(3) $-x+3$；(　　)

(4) x^4-y^4-4. (　　)

13. 把下列多项式先按 x 的降幂排列，再按 x 的升幂排列：

(1) $13x-4x^2-2x^3-6$；　　(2) x^2-y^2-2xy；

(3) $3x^2y-3xy^2+y^3-x^3$；　　(4) $ax^4-cx+bx^2$.

14. 计算下列各多项式的值：

(1) $x^2+2xy+y^2$，其中 $x=-2$，$y=2$；

(2) $xy-3+y^2-x^3$，其中 $x=3$，$y=-2$.

B 组

1. 举例说明什么是单项式，什么是多项式，什么是整式.
2. 单项式和多项式都是代数式吗？都是整式吗？
3. 多项式

$$a^3b^3-5a^2b^2+\frac{7}{2}ab$$

中，有哪几项？各项的系数是什么？各项的次数是多少？这个多项式的次数是多少？

4. 多项式$-\frac{1}{2}x^3+x+8$中含有x^3项，x项，常数项，按x的次数排列缺x^2项. 我们可以补入$0x^2$做为x的二次项，使原式成为$-\frac{1}{2}x^3+0x^2+x+8$的形式，这样的做法叫做补入多项式的缺项.

补入下列各多项式的缺项，并按x的升幂排列：

(1) $3+x^3-x^2$；　　(2) $-x+x^4-1$；

(3) x^3-x-6；　　(4) $12-x^2-x^4$.

想一想

要把一张面值1角的人民币换成零钱，现在有足够的面值5分、2分、1分的人民币，问有多少种换法.

3.2 同类项

1. 知道什么样的项是同类项.
2. 会合并同类项.

每本练习本 x 元，王强买 5 本，张华买 2 本，两人一共花多少钱？王强比张华多花多少钱？

用代数式表示：两人一共花的钱是

$$5x+2x,$$

王强比张华多花的钱是

$$5x-2x.$$

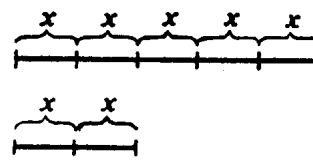


图 3-2

看图 3-2，$5x$ 是 x 的 5 倍，$2x$ 是 x 的 2 倍，$5x+2x$ 是 x 的 7 倍，即 $7x$，$5x-2x$ 是 x 的 3 倍，即 $3x$.

根据分配律也可以得到：

$$5x+2x=(5+2)x=7x,$$

$$5x-2x=(5-2)x=3x.$$

可以知道王强和张华买练习本一共花 $7x$ 元，王强比张华多花 $3x$ 元.

同样，根据分配律有

$$-4ab^2+3ab^2=(-4+3)ab^2.$$

观察以上各式的项，在 $5x+2x$ 中，$5x$，$2x$ 都含字母 x，并且 x 都是一次；在 $-4ab^2+3ab^2$ 中，$-4ab^2$，$3ab^2$ 都含字母 a，b，并且 a 都是一次，b 都是二次．像这样，所含字母相同，并且相同字母的次数也相同的项叫做**同类项**．几个常数项也是同类项．

例如，在多项式 $4x^2+2y-3xy+7+3y-8x^2-2$ 中，第一项 $4x^2$ 与第六项 $-8x^2$ 是同类项，第二项 $2y$ 与第五项 $3y$ 是同类项，第四项 7 与第七项 -2 是同类项．但第三项 $-3xy$ 没有同类项．

图 3-3 中，用不同的记号标出了各同类项．

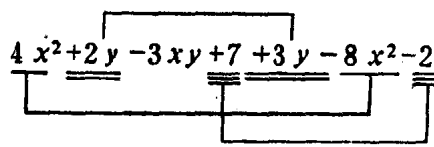


图 3-3

在多项式中遇到同类项，可以运用交换律、结合律、分配律合并，如

$$\begin{aligned}&4x^2+2y-3xy+7+3y-8x^2-2\\&=(4x^2-8x^2)+(2y+3y)-3xy+(7-2)\\&=(4-8)x^2+(2+3)y-3xy+(7-2)\\&=-4x^2+5y-3xy+5.\end{aligned}$$

把多项式中的同类项合并成一项，叫做**合并同类项**．

合并同类项的法则是：**同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变**．

例 1 合并下列各式的同类项：

(1) $3x^3+x^3$；　　(2) $xy^2-\frac{1}{5}xy^2$.

解：(1) $3x^3+x^3=(3+1)x^3=4x^3$；

(2) $xy^2-\frac{1}{5}xy^2=\left(1-\frac{1}{5}\right)xy^2=\frac{4}{5}xy^2$.

例 2 合并多项式 $4x^2-8x+5-3x^2+6x-2$ 的同类项.

解：$\underline{4x^2}-\underline{\underline{8x}}+\underline{\underline{5}}-\underline{3x^2}+\underline{6x}-\underline{\underline{2}}$

$=(4x^2-3x^2)+(-8x+6x)+(5-2)$

$=(4-3)x^2+(-8+6)x+(5-2)$

$=x^2-2x+3$.

注意 熟练后，同类项下可以不标记号，也可以减少计算步骤.

例 3 合并多项式 $4a^2+3b^2+2ab-4a^2-3b^2$ 的同类项.

解：$4a^2+3b^2+2ab-4a^2-3b^2$

$=(4-4)a^2+(3-3)b^2+2ab$

$=2ab$.

注意 多项式中，如果两个同类项的系数互为相反数，合并同类项后，这两项就相互抵消，结果为 0. 例 3 中，$4a^2$ 与 $-4a^2$ 互相抵消，$3b^2$ 与 $-3b^2$ 互相抵消.

练　习

1. 说出下列各题的两项是不是同类项？为什么？

（1）$0.2x^2y$ 与 $0.2xy^2$；　　（2）$4abc$ 与 $4ac$；

（3）mn 与 $-mn$；　　（4）-125 与 12.

2. 能不能说，“两个单项式的次数相同，所含的字母也相同，它们就是同类项”？举例说明.

3. （填空）合并下列各式的同类项：

（1）$5x+4x=$____；　　（2）$-7ab+6ab=$____；

（3）$-5x-7x=$____；　　（4）$mn+mn=$____.

4. 先标出下列各题的同类项，再合并同类项：

（1）$6x-10x^2+12x^2-5x$；

（2）$-2x^3+3x^2-2x^3+2x^3-x^2$；

（3）$x^2y-3xy^2+2yx^2-y^2x$.

例 4　求多项式 $2x^2-5x+x^2+4x-3x^2-2$ 的值，其中 $x=\frac{1}{2}$.

分析：题中给出的多项式含有同类项，先合并同类项再代入数值进行计算比较简便.

解：$2x^2-5x+x^2+4x-3x^2-2$

$=(2+1-3)x^2+(-5+4)x-2$

$=-x-2$.

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，原式 $=-\frac{1}{2}-2=-2\frac{1}{2}$.

例 5 求多项式 $3a+abc-\frac{1}{3}c^2-3a+\frac{1}{3}c^2$ 的值，其中 $a=-\frac{1}{6}$，$b=2$，$c=-3$.

解：$3a+abc-\frac{1}{3}c^2-3a+\frac{1}{3}c^2$

$=(3-3)a+abc+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)c^2$

$=abc$.

当 $a=-\frac{1}{6}$，$b=2$，$c=-3$ 时，

原式$=\left(-\frac{1}{6}\right)\times 2\times(-3)=1$.

练 习

求下列各式的值：

1. $3a+2b-5a-b$，其中 $a=-2$，$b=1$.
2. $5x^2+4-3x^2-5x-2x^2-5+6x$，其中 $x=-3$.
3. $3x-4x^2+7-3x+2x^2+1$，其中 $x=2$.
4. $3ab^2-5ab^3+0.5a^3b-3ab^2+5ab^3-4.5a^3b$，其中 $a=1$，$b=1\frac{1}{2}$.
5. $4xy-3x^2-xy+y^2+x^2-3xy-2y+2x^2$，其中 $x=1\frac{13}{15}$，$y=-1$.
6. $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x+0.2x^3+0.25x-0.5x^2-\frac{1}{5}x^3$，其中 $x=\frac{12}{13}$.

习 题 3.2

A 组

1. 什么叫做同类项？怎样合并同类项？

2. 下列各题中的两个项是不是同类项？

（1）$3x^2y$ 与 $-3x^2y$；　　（2）$0.2a^2b$ 与 $0.2ab^2$；

（3）$11abc$ 与 $9bc$；　　（4）$3m^2n^3$ 与 $-n^3m^2$；

（5）$4xy^2z$ 与 $4x^2yz$；　　（6）6^2 与 x^2.

3. 下列各题合并同类项的结果对不对？不对的，指出错在哪里.

（1）$3a+2b=5ab$；　　（2）$5y^2-2y^2=3$；

（3）$4x^2y-5y^2x=-x^2y$；　　（4）$a+a=2a$；

（5）$7ab-7ba=0$；　　（6）$3x^2+2x^3=5x^5$.

4. 合并下列各式中的同类项：

（1）$15x+4x-10x$；　　（2）$-6ab+ba+8ab$；

（3）$-p^2-p^2-p^2$；　　（4）$m-n^2+m-n^2$；

（5）$\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{6}x^3+\frac{1}{2}x^3$；　　（6）$\frac{1}{4}x-0.3y-\frac{1}{2}x+0.3y$.

5. 求下列各式的值：

（1）$3c^2-8c+2c^3-13c^2+2c-2c^3+3$，其中 $c=-4$；

（2）$3y^4-6x^3y-4y^4+2yx^3$，其中 $x=-2$，$y=3$.

6. 解方程：

（1）$3x-5-2x=1$；　　（2）$-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}+4x+3=0$.

B 组

1. 把$(a+b)$、$(x-y)$各当作一个因式，合并下列各式中的同类项：

(1) $4(a+b)+2(a+b)-7(a+b)$；

(2) $3(x-y)^2-7(x-y)+8(x-y)^2+6(x-y)$.

2. 有这样一道题："当$a=0.35$，$b=-0.28$时，求多项式$7a^3-6a^3b+3a^2b+3a^3+6a^3b-3a^2b-10a^3$的值."有一位同学指出，题目中给出的条件$a=0.35$，$b=-0.28$是多余的.他的说法有没有道理？

3. 解方程：

(1) $4x+3-3x-2=0$；　　(2) $12x-\frac{3}{2}-4x+\frac{1}{2}=0$；

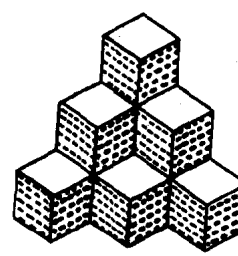
(3) $3x-2x=0$；　　(4) $-x+1-x+1=0$.

想一想

棱长为a的正方体摆放成如图的形状.问：

(1) 有几个正方体；

(2) 摆放成如图形式后，表面积是多少.



3.3 去括号与添括号

1. 会运用去括号法则.
2. 会按照法则，并根据要求添括号.

找出多项式 $8a+2b+(5a-b)$ 中的同类项，想一想怎样才能合并同类项.

$8a$ 与 $5a$ 是同类项，$2b$ 与 $-b$ 是同类项. 由于 $5a$ 和 $-b$ 在括号内，要先去掉括号，才能合并同类项.

为了找出去括号法则，先看一组式子的计算：

$$13+(7-5)=13+2=15,$$
$$13+7-5=20-5=15;$$
$$9a+(6a-a)=9a+5a=14a,$$
$$9a+6a-a=15a-a=14a.$$

可以看出：

$$13+(7-5)=13+7-5; \quad ①$$
$$9a+(6a-a)=9a+6a-a. \quad ②$$

再看下列一组式子的计算：

$$13-(7-5)=13-2=11,$$
$$13-7+5=6+5=11;$$
$$9a-(6a-a)=9a-5a=4a,$$
$$9a-6a+a=3a+a=4a.$$

可以看出：

$$13-(7-5)=13-7+5;\quad ③$$

$$9a-(6a-a)=9a-6a+a.\quad ④$$

分别比较①、②式及③、④式，可以看到，等号左边有括号，等号右边去掉了括号．注意等号两边各项的符号，我们得到**去括号法则**：

括号前是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项都不变符号；

括号前是“−”号，把括号和它前面的“−”号去掉，括号里各项都改变符号．

例 1 去括号：

(1) $a+(-b+c-d)$；　(2) $a-(-b+c-d)$.

解：(1) $a+(-b+c-d)=a-b+c-d$；

(2) $a-(-b+c-d)=a+b-c+d$.

例 2 先去括号，再合并同类项：

(1) $8a+2b+(5a-b)$；(2) $6a+2(a-c)$.

解：(1) $8a+2b+(5a-b)$

$=8a+2b+5a-b$

$=13a+b$；

(2) $6a+2(a-c)$

$=6a+2a-2c$

$=8a-2c$.

例3 化简 $(5a-3b)-3(a^2-2b)$.

解：$(5a-3b)-3(a^2-2b)$

$=5a-3b-(3a^2-6b)$

$=5a-3b-3a^2+6b$

$=5a+3b-3a^2$.

注意 熟练后，本题也可省略第二步，直接写成

$(5a-3b)-3(a^2-2b)$

$=5a-3b-3a^2+6b$

$=5a+3b-3a^2$.

练 习

1. 去括号：

(1) $a+(b-c)$；　　(2) $a-(-b+c)$；

(3) $(a+b)+(c+d)$；　　(4) $-(a+b)-(-c-d)$；

(5) $(a-b)-(-c+d)$；　　(6) $-(a-b)+(-c-d)$.

2. 下面的去括号有没有错误？若有错，请你改正.

(1) $a^2-(2a-b+c)=a^2-2a-b+c$；

(2) $-(x-y)+(xy-1)=-x-y+xy-1$.

3. 化简：

(1) $5a+(3x-3y-4a)$；

(2) $3x-(4y-2x+1)$；

(3) $7a+3(a+3b)$；

(4) $(x^2-y^2)-4(2x^2-3y)$.

根据去括号的法则，我们知道：

$$a+(b-c)=a+b-c;$$

$$a-(b-c)=a-b+c.$$

反过来，上面的两个式子可以写成

$$a+b-c=a+(b-c);$$

$$a-b+c=a-(b-c).$$

这两个式子等号左边没有括号，等号右边添上了括号.注意括号前的符号，及添上括号后括号内各项符号的变化，得到**添括号法则**：

添括号后，括号前面是“+”号，括到括号里的各项都不变符号；

添括号后，括号前面是“−”号，括到括号里的各项都改变符号.

根据需要，按照添括号法则，可以把多项式或多项式中的某几项括在括号里，并在括号前添上相应的符号.

例 4 按下列要求，把多项式 $3a-2b+c$ 添上括号：

(1) 把它放在前面带有“+”号的括号里；

(2) 把它放在前面带有“−”号的括号里.

解：(1) $3a-2b+c=+(3a-2b+c)$；

(2) $3a-2b+c=-(-3a+2b-c)$.

例 5 按下列要求，把多项式 x^3-5x^2-4x+9 的后两项用括号括起来：

(1) 括号前面带有“+”号；

(2) 括号前面带有“−”号.

解：(1) $x^3-5x^2-4x+9=x^3-5x^2+(-4x+9)$；

(2) $x^3-5x^2-4x+9=x^3-5x^2-(4x-9)$.

注意 添括号与去括号正好相反，要想检查添括号是不是正确，可以用去括号法则检验.

练 习

1. 在等号右边的括号内，填上适当的项：

(1) $a+b+c-d=a+($ $)$；

(2) $a-b+c-d=a-($ $)$；

(3) $a-b-c-d=a-b+($ $)$；

(4) $a+b+c+d=a+b-($ $)$.

2. 下面各式等号右边添的括号有没有错误？有错误的，应当怎样改正？

(1) $a-2b-\frac{1}{3}c=a-\left(2b-\frac{1}{3}c\right)$；

(2) $m-n+a-b=m+(n+a-b)$；

(3) $x-y+z-\frac{1}{5}=-\left(x+y-z+\frac{1}{5}\right)$；

(4) $a-\frac{1}{2}b-\frac{1}{4}c+\frac{2}{7}=\left(a-\frac{1}{2}b\right)-\left(\frac{1}{4}c+\frac{2}{7}\right)$.

习 题 3.3

A 组

1. 化简：

(1) $(2x-3y)+(5x+4y)$；

(2) $(8a-7b)-(4a-5b)$；

(3) $a-(2a+b)+2(a-2b)$；

(4) $3(5x+4)-(3x-5)$；

(5) $(8x-3y)-(4x+3y-z)+2z$；

(6) $-5x^2+(5x-8x^2)-(-12x^2+4x)+\frac{1}{5}$.

2. 求下列各式的值：

(1) $5x^2-(3y^2+7xy)+(2y^2-5x^2)$，其中 $x=0.1, y=-0.2$；

(2) $(5.2a^2b-3.4ab+8a^3)+2(2.2ab-4a^3-2.6a^2b)$，其中 $a=-2, b=5$.

3. 化简：

(1) $2-(1+x)+(1+x+x^2-x^3)$；

(2) $3a^2+a^2-(2a^2-2a)+(3a-a^2)$；

(3) $2a-3b+[4a-(3a-b)]$；

(4) $3b-2c-[-4a+(c+3b)]+c$.

4. 三个植树队，第一队种树 x 棵，第二队种的树比第一队种树的 2 倍少 25 棵，第三队种的树比第一队种树的一半多 42 棵，三个队一共种树多少棵？求 (1) $x=100$，(2) $x=240$ 时，三个队共种树多少棵.

于感叹句外，其他四种调型均有几种用法。

陈述句不仅仅只用调型1。调型2、调型3也不只用于疑问句中。陈述句中强调某个词时用调型2。例如：

Она читает газету. (а не журнал)
2

Она читает газету. (а не он)
2

多语段句往往用几个不同的调型来表达，如在陈述句的前一语段中和某些复合句的前一分句中常用调型3或调型4。例如：

Моя мама/— учительница.
3-4 1

Это не книга,/ а словарь.
3-4 1

Учительница читает,/ а ученики слушают.
3-4 1

(ИК-3在口语中用得较多，ИК-4用于朗读、描述及播音。)

3. 在下列各式的括号里，填上适当的项：

(1) $(a+b+c)(a-b+c)=[a+(\quad)][a-(\quad)]$；

(2) $(a-b+c)(a+b-c)=[a-(\quad)][a+(\quad)]$；

(3) $(-a+b+c)(a+b-c)=[b-(\quad)][b+(\quad)]$；

(4) $(a+b-c-d)(a-b+c-d)$

$=[(a\quad)+(b\quad)][(a\quad)-(b\quad)]$.

4. a 表示十位上的数，b 表示个位上的数．用代数式表示一个两位数，再把这个两位数的十位上的数与个位上的数交换位置，计算所得数与原数的和．这个和能被 11 整除吗？

5. 一个四边形的周长是 48 厘米，已知第一条边长 a 厘米，第二条边比第一条边的 2 倍长 3 厘米，第三条边等于第一、二两条边的和，写出表示第四条边长的代数式．

想一想

上面第 5 题中，当 $a=3$ 厘米或 $a=7$ 厘米时，还能得到四边形吗？这时的图形是什么形状？

3.4 整式的加减

会熟练地进行整式的加减运算.

去括号和合并同类项是整式加减的基础.

几个整式相加减，通常用括号把每一个整式括起来，再用加减号连接. 整式加减的一般步骤是：

1. 如果遇到括号，按去括号法则先去括号；

2. 合并同类项.

例 1 求单项式 $5x^2y$，$-2x^2y$，$2xy^2$，$-4x^2y$ 的和.

解：$5x^2y+(-2x^2y)+2xy^2+(-4x^2y)$

$=5x^2y-2x^2y+2xy^2-4x^2y$

$=-x^2y+2xy^2$.

例 2 求 $3x^2-6x+5$ 与 $4x^2+7x-6$ 的和.

解：$(3x^2-6x+5)+(4x^2+7x-6)$

$=3x^2-6x+5+4x^2+7x-6$

$=7x^2+x-1$.

例 3 求 $2x^2+xy+3y^2$ 与 $x^2-xy+2y^2$ 的差.

解：$(2x^2+xy+3y^2)-(x^2-xy+2y^2)$

$=2x^2+xy+3y^2-x^2+xy-2y^2$

$=x^2+2xy+y^2$.

练　习

1. 说出下列各单项式的和：

(1) $-3x$，$-2x$，$-5x^2$，$5x^2$；

(2) $-\frac{1}{2}n$，$\frac{3}{5}n^2$，$-\frac{2}{5}n^2$.

2. （填空）写出下列各题中第一式减去第二式的差：

(1) $3ab$，$-2ab$；　　____

(2) $-4x^2$，$\frac{2}{3}x$；　　____

(3) $-5ax^2$，$-4x^2a$.　　____

3. 计算：

(1) $\frac{1}{2}xy-\frac{1}{4}yx-(-6x^2y^2)\div 2y^2x^2$；

(2) $\left(-\frac{1}{3}ab\right)+\left(-\frac{1}{4}a^2\right)+\frac{1}{3}a^2-\left(-\frac{1}{5}ab\right)$.

4. 计算：

(1) $(-x+2x^2+5)+(-3+4x^2-6x)$；

(2) $(3a^2-ab+7)-(-4a^2+6ab+7)$.

例 4　计算 $\frac{1}{3}a-\left(\frac{1}{2}a-4b-6c\right)+3(-2c+2b)$.

解：$\frac{1}{3}a-\left(\frac{1}{2}a-4b-6c\right)+3(-2c+2b)$

$=\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}a+4b+6c-6c+6b$

$=-\frac{1}{6}a+10b$.

例 5 先化简下式，再求值.

$$\frac{1}{2}x-2\left(x-\frac{1}{3}y^2\right)+\left(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2\right),$$

其中 $x=-2$，$y=\frac{2}{3}$.

解：$\frac{1}{2}x-2\left(x-\frac{1}{3}y^2\right)+\left(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2\right)$

$=\frac{1}{2}x-2x+\frac{2}{3}y^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2$，

$=-3x+y^2$.

当 $x=-2$，$y=\frac{2}{3}$时，

原式$=-3\times(-2)+\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$=6+\frac{4}{9}=6\frac{4}{9}$.

练 习

1. 计算：

(1) $x-(1-2x+x^2)+(-1+3x-x^2)$；

(2) $(8xy-3x^2)-5xy-2(3xy-2x^2)$.

2. 先化简，再求值：

(1) $2x-y+(2y^2-x^2)-(x^2+2y^2)$，

其中 $x=1, y=-2$；

(2) $5(3a^2b-ab^2)-(ab^2+3a^2b)$，

其中 $a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{3}$.

习 题 3.4

A 组

1. 计算：

(1) $4x^3-(-6x^3)+(-9x^3)$；

(2) $-3x^2y-(-3xy^2)+3x^2y+3xy^2$；

(3) $-3x^2-4xy-6xy-(-y^2)-2x^2-3y^2$；

(4) $-\frac{2}{3}ab+\frac{3}{4}a^2b+ab+\left(-\frac{3}{4}a^2b\right)-1$.

计算（第 2～11 题）：

2. $(7x^2+3-2x)+(-4-6x-2x^2)$.

3. $(2x^2-3x-1)+(-5+3x-x^2)$.

4. $(5a+4c+7b)+(5c-3b-6a)$.

5. $(8xy-x^2+y^2)-(x^2-y^2+8xy)$.

6. $(3a^2-b^2-2ab)+(b^2-ab-2a^2)$.

7. $(x-y)+(y-z)+(z-x)+2$.

8. $(11x^3-2x^2)+2(x^3-x^2)$.

9. $\left(2x^2-\frac{1}{2}+3x\right)-4\left(x-x^2+\frac{1}{2}\right)$.

10. $-3(a^3b+2b^2)+(3a^3b-14b^2)$.

11. $3x^2-[7x-(4x-3)-2x^2]$.

12. 先化简，再求值：

(1) $(-x^2+5+4x^3)+(-x^3+5x-4)$，

其中 $x=-2$；

(2) $2(a^2b+2b^3-ab^2)+3a^3-(2ba^2-3ab^2+3a^3)-4b^3$，其中 $a=-3, b=2$.

B 组

1. 已知 $A=x^3+x^2+x+1$，$B=x+x^2$，计算：

   (1) $A+B$；　　(2) $B+A$；

   (3) $A-B$；　　(4) $B-A$.

   第 (1)、(2) 小题计算的结果是不是相同？第 (3)、(4) 小题呢？

2. 已知 $A=a^2+b^2-c^2$，$B=-4a^2+2b^2+3c^2$，并且 $A+B+C=0$，问 C 是什么样的多项式.

3. 解方程：

   (1) $\left(x-\frac{1}{3}\right)-\left(2x+\frac{1}{2}\right)=0$；

   (2) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)+\left(\frac{1}{2}-x\right)=0$；

   (3) $2(x+3)-3\left(\frac{1}{2}-2x\right)=0$；

   (4) $5x-(1+2x)-\frac{1}{3}(6-3x)=0$.

4. 三角形三个内角的和等于 180°，已知三角形中第一个角等于第二个角的 3 倍，而第三个角比第二个角大 15°，求每个角的度数是多少.

想一想

一本书的页码在印刷时要用 738 个铅字. 有的学生立刻算出了书的页数. 请你计算这本书的页数有多少.

读一读

内容丰富的数—0

问一个小学生："0表示什么？"他会立刻回答："表示没有."但对于学习了有理数的中学生，就不能再说"0表示没有"了.

在数轴上，数0和其他的数一样，可以用一个点表示，表示0的点是一个分界点.

温度是0℃，也表示一个特定的温度，不能说没有温度.

用0可以表示数位. 如20，0.04中的0都表示数位. 20与2大不相同，0.04与4也大不相同.

0不是自然数，但它是整数，是一个非负、非正的中性数. 它小于一切正数，大于一切负数. 是正负数的分界点.

0是一个了不起的数，它有重要的特性：

在加减法中，一个数加、减0，原数不变，等于不加不减，即

$$a+0=0+a=a, \quad a-0=a.$$

在乘除法中，0与任何数相乘，得到的积是0；0被任何非0数除，得到的商仍然是0. 即

$$a\times 0=0\times a=0,$$

$$0\div a=0 \quad (a\neq 0).$$

此外，0没有倒数；0的相反数还是0($-0=0$)；0的绝对值是0($|0|=0$).

0有丰富的内容，"没有"仅是0的意义的一个方面. 在学习数学中，将会遇到许多与0有关的数学概念.

小结与复习

一、内容提要

1. 本章主要内容有单项式、多项式、整式的有关概念和整式的加减运算. 整式是代数式中最基本的式子，也是今后学习的基础. 整式又可分为单项式、多项式，而多项式是单项式的和.

整式$\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}——\text{由单项式的和组成.}\end{cases}$

2. 对单项式进行比较，建立了同类项概念. 同类项必须满足两条：一是字母相同，二是相同字母的指数分别相同. 这两条缺一不可. 合并同类项是整式加减的基础，合并同类项有两个要点：一是字母和字母的指数不变，二是系数相加.

3. 在整式中经常遇到括号，对整式进行加减运算，首先要去括号，去括号也是整式加减的基础. 去括号时必须注意括号前的符号，按去括号法则变化括号中各项的符号.

添括号与去括号相反，熟练掌握去括号法则后，容易学会添括号法则. 在今后学习因式分解时，将显示出添括号的重要作用.

二、学习要求

1. 理解整式、单项式、多项式的概念. 对于给出的式子，会确定是不是整式、单项式、多项式.

2. 能回答出单项式的系数、次数，多项式的项数、次数，会把一个多项式按某一个字母的降幂或升幂排列.

3. 会判断给出的项是不是同类项，掌握合并同类项的要点，会熟练地合并同类项.

4. 给出一个多项式，会按法则去括号，或按一定的要求添括号.

5. 会熟练地进行数与整式相乘的运算及整式的加减运算.

三、需要注意的几个问题

1. 在单项式中，对字母只进行乘法运算. 如单项式$\frac{1}{2}ab$中，对字母a，b只做乘法，$\frac{1}{2}$是用分数表示的单项式的系数. 若是把分数化成小数，$\frac{1}{2}ab$可以写成$0.5ab$.

2. 要注意单项式的系数包括前面的符号. 例如$-\frac{2}{3}ab^2$的系数是$-\frac{2}{3}$，$-xyz$的系数是-1.

3. 变更多项式的项的位置时，要带着符号移动.

如

$$\underline{3xy^2}+x^3-y^3+2x^2y$$
$$=x^3+2x^2y+\underline{3xy^2}-y^3$$
$$=-y^3+3xy^2+2x^2y+x^3.$$

把带“+”号的$+x^3$放到第一项，可以省略“+”号，写成x^3. 把省略了“+”号的$3xy^2$移到后面，应该添上“+”号成为$+3xy^2$.

4. 合并同类项时，要辨明合并的项确是同类项，要注意按照合并同类项的法则进行运算.

去括号和添括号时，特别要注意括号前的符号. 括号内的多项式与一个数相乘时，要注意按分配律进行计算.

5. 整式的加减运算和化简多项式，都是要求去掉原式中的括号，合并式中的同类项.

复习题三

A 组

1. 填空：

（1）如果字母 a 表示一个正数，那么 $-a$ 表示（　　），$|a|$ 表示（　　）；

（2）如果字母 a 表示一个负数，那么 $-a$ 表示（　　），$|a|$ 表示（　　）；

（3）如果字母 a 表示 0，那么 $-a$ 表示（　　），$|a|$ 表示（　　）.

2. 用代数式表示：

（1）某种农具，原来每件成本是 a 元，现在每件成本降低 $p\%$，求现在每件的成本；

（2）一种商品每件成本 a 元，按成本增加 22% 定出价格，问每件价格多少元. 后来因库存积压减价，按原价的 85% 出售，问现售价多少元，每件还能盈利多少元.

3. 根据所给 x 的值，求代数式 $3x^3+2x^2-x+3$ 的值：

（1）$x=-2$；　　（2）$x=0$；

（3）$x=3$；　　（4）$x=-2\frac{1}{2}$.

4. 根据所给 a、b 的值，求代数式 a^2+b^2 和 $(a+b)^2$ 的值：

（1）$a=3$，$b=-2$；　　（2）$a=-3$，$b=2$；

（3）$a=0.5$，$b=-0.5$；　　（4）$a=8$，$b=-7\frac{1}{2}$.

5. （1）什么叫做单项式的系数、次数？各举例说明.

(2) 指出下列单项式的系数、次数各是多少.

$-\frac{1}{2}a^2b$，　$\frac{m^4n^2}{7}$，　x，　$45x^3y^3$.

(3) 什么叫做多项式的项数、次数？各举例说明.

(4) 指出下列多项式的项数、次数各是多少.

x^2+y^2-1，　$3x-4$，　$3x^2-y+3xy^2+x^3-1$.

6. 什么叫做同类项？怎样合并同类项？各举例说明.

7. 举例说明去括号和添括号的法则.

8. 合并同类项：

(1) x^2y-3x^2y；　　(2) $10y^2+0.5y^2$；

(3) $-\frac{1}{2}a^2bc+\frac{1}{2}bca^2$；　　(4) $\frac{1}{4}mn-\frac{1}{3}mn+7$；

(5) $7ab-3a^2b^2+7+8ab^2+3a^2b^2-3-7ab$；

(6) $3x^3-3x^2-y^2+5y+x^2-5y+y^2$.

9. 化简下列各式：

(1) $(4a^3b-10b^3)+(-3a^2b^2+10b^3)$；

(2) $(4x^2y-5xy^2)-(3x^2y^2-4xy^2)$；

(3) $5a^2-[a^2+(5a^2-2a)-2(a^2-3a)]$；

(4) $15+3(1-a)-(1-a+a^2)+(1-a+a^2-a^3)$.

10. 在下列各式的括号里，填上适当的项：

(1) $2x+x^2-y^2=2x+($　　$)$；

(2) $4-x^2+2xy-y^2=4-($　　$)$；

(3) $(a-2b+c)(a+2b-c)=[a-($　　$)][a+($　　$)]$；

(4) $x^2-x+6=+($　　$)=-($　　$)$.

11. 计算：

(1) $(4a^2bc-3ab)+(-5a^2bc+2ab^2)$；

(2) $(6m^2-4mn-3n^2)-(2m^2-4mn+n^2)$；

(3) $(2a^3+5a^2+2a-1)-4(3-8a+2a^2-6a^3)$；

(4) $3x^2-\left[5x-\left(\frac{1}{2}x-3\right)+2x^2\right]$.

12. 求下列各式的值：

(1) $(3x^2-4)-(2x^2-5x+6)+(x^2-5x)$，

其中 $x=-1\frac{1}{2}$；

(2) $3x^2y-[2x^2y-(2xyz-x^2z)-4x^2z]-xyz$，

其中 $x=-2$，$y=-3$，$z=1$.

13. 解方程：

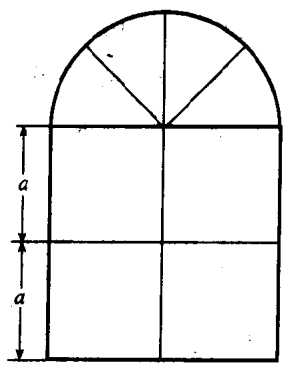
(1) $2x+(3-4x)-7=0$；

(2) $1-2(x-3)=0$；

(3) $\left(5x-\frac{1}{2}\right)-(3-2x)=0$；

(4) $\left(8-\frac{1}{2}x\right)+2(1+x)=0$.

14. 窗户的形状如图，其上部是半圆形，下部是边长相同的四个小正方形. 已知下部小正方形的边长为 a cm，计算：



（第 14 题）

(1) 窗的面积；

(2) 窗框的总长.

15. 三角形的第一边是 $a+2b$，第二边比第一边大 $(b-2)$，第三边比第二边小 5，计算三角形的周长.

16. 长方形的一边等于 $2a+3b$，另一边比它小 $b-a$，计算长方形的周长.

B 组

1. (1) a^2 可以表示负数吗？

   (2) 给 a 什么值时，算出的 a^2 的值最小？

2. 在括号内填上适当的项，使各式中等号的左、右两边相等：

   (1) $3x^2+5x+2=(3x^2+3x)+(\quad\quad+2)$；

   (2) $2a^2+3b^2+1=(2a^2-\quad\quad)+(3b^2+3)$；

   (3) $m^2-n^2=(m^2-mn)+(\quad\quad-n^2)$；

   (4) $1-2a+a^2=(1-\quad\quad)-(a-a^2)$.

3. 计算(n，m 都是正整数)：

   (1) $a^n-\frac{1}{3}a^n+b^n+\frac{1}{2}b^n$；

   (2) $(a^n-a^{n+1}+a^{n+2})-(2a^{n+2}+a^{n+1}-a^n)$；

   (3) $3(x^m+y^m)-2\left(y^m-\frac{1}{2}x^m\right)-(5x^m-7y^m)$.

4. 已知 a，b 互为相反数，c，d 互为倒数，x 的绝对值等于 1. 计算 $a+b+x^2-cdx$ 的值.

自我测验三

（满分 100 分，时间 45 分）

1.（每空 3 分，共 48 分）填空：

（1）$-\frac{1}{3}x^2y$ 系数是____，次数是____.

（2）多项式$-x^3y+3x^2-7$是____次____项式. 其中最高次项是____，最高次项的系数是____，常数项是____.

（3）多项式 $x^3y-x^2y^3-1-y^2x$，按 x 的升幂排列是_____，按 y 的降幂排列是_____.

（4）三个连续奇数，中间的一个是 $2n+1$，第一个是____，第三个是____，这三个数的和是____.

（5）$2x+3x^2-x^3+5=-$（____）$=5+$（____）.

（6）单项式$-4ab$，$3ab$，$-b^2$ 的和是____.

（7）化简 $3xy-3(4yx-2x)+(2xy-2x)=$____.

2.（10 分）一个多项式加上 $2x^2-x^3-5-3x^4$ 得 $3x^4-5x^3-3$，求这个多项式.

3.（每小题 15 分，共 30 分）计算：

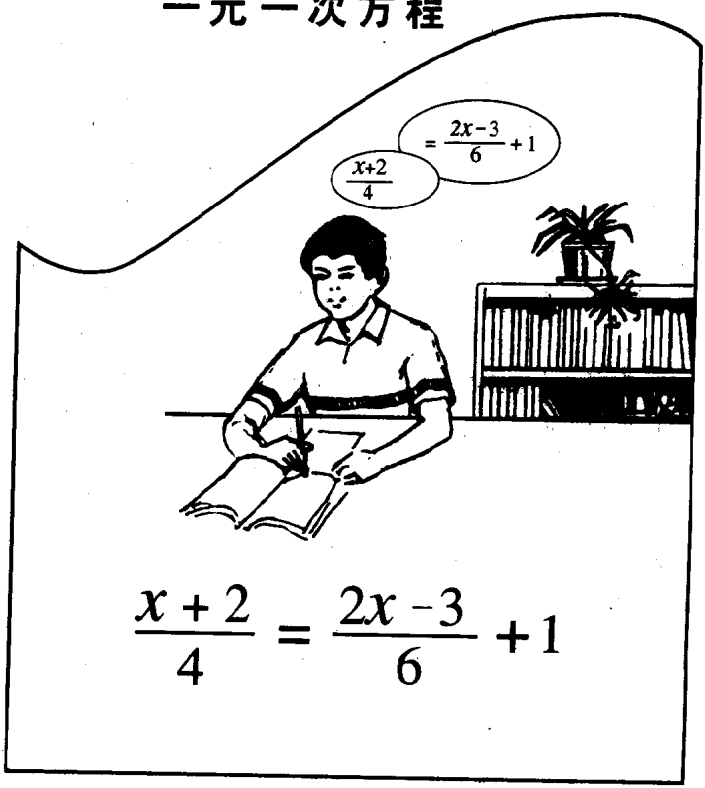
（1）$(5a+2a^2-3-4a^3)-(-a+3a^3-a^2)$，其中 $a=-2$；

（2）$3x^2y-[2xy^2-2\left(xy-\frac{3}{2}x^2y\right)+xy]+3xy^2$，其中 $x=3$，$y=-\frac{1}{3}$.

4.（12 分）某轮船顺流航行 3 小时，逆流航行 1.5 小时，已知轮船速度为每小时 a 千米，水流速度为每小时 b 千米. 轮船共航行了多少千米？

第四章

一元一次方程



我们已经学完了整式的加减．现在看这样一个问题：

某数的 8 倍与 9 的和是 49，求某数．

我们可以设某数为 x，列出方程

$$8x+9=49,$$

再解这个方程求出 x 的值．这有两种方法：

第一种方法是在小学学过的．因为“被加数＝和－加数”，所以 $8x=49-9$，即 $8x=40$．又因为“乘数＝积÷被乘数”，所以 $x=40\div 8$，即 $x=5$．

第二种方法是在第一章中学过的．先在方程两边都减去 9，即 $8x+9-9=49-9$，得 $8x=40$．再在这个新方程的两边都除以 8，即 $8x\div 8=40\div 8\left(\text{或}\frac{8x}{8}=\frac{40}{8}\right)$，得 $x=5$．

再看这样一个问题：

某数与 2 的和的 $\frac{1}{4}$，比某数的 2 倍与 3 的差的 $\frac{1}{6}$ 大 1，求某数．

同样，我们可以设某数为 x，得到方程

$$\frac{x+2}{4}=\frac{2x-3}{6}+1.$$

那么，怎样解这个方程从而求出某数呢？我们学了这一章，就可以解决这个问题．

一　等式和方程

4.1　等式和它的性质

1. 能说出等式的意义，并能举出例子.
2. 能说出等式的两条性质，并能用它们将等式变形.

我们已经熟悉下面这样的式子：

$$1+2=3,$$

$$a+b=b+a,$$

$$S=ab,$$

$$4+x=7.$$

像这种用等号“=”来表示相等关系的式子，叫做**等式**.

上面的 4 个等式中：

第一个表示“1 加上 2 等于 3”；

第二个表示加法交换律“a 加上 b 等于 b 加上 a”；

第三个可以表示长方形面积公式“长方形的面积等于长乘以宽”；

第四个可以表示方程“4 加上未知数 x 等于 7”.

在等式中，等号左、右两边的式子，分别叫做这个**等式的左边、右边**.

练　习

1. （口答）下列各式是不是等式？它的左边是什么，右边是什么？

（1）$1+2+3+4+5=15$；

（2）$a(b+c)=ab+ac$.

2. 举两个等式的例子，并说明它们表示的意义.

我们在第一章中已经用在等式两边都加上（或减去）、都乘以（或除以）同一个适当的数的方法来解方程. 这种方法的根据是等式的性质.

先看以下实验：

如图 4-1，在天平两边的秤盘里，放有重量相等的物体，这时天平是平衡的. 如果我们在两边的秤盘里都加上或拿去重量相等的物体，可以发现天平仍然平衡；如果我们把两边的秤盘里的物体的重量都扩大到原来的相同倍数（例如 3 倍），或者都缩小到原来的几分之一$\left(\text{例如}\frac{1}{2}\right)$，可以发现天平也仍然平衡.

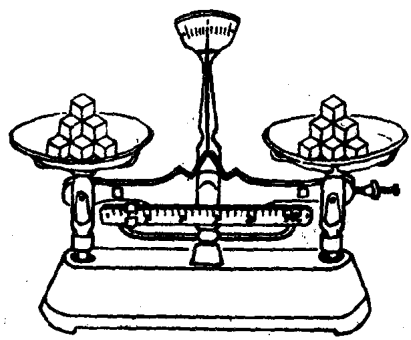


图　4-1

一般地，等式有以下两条性质：

等式性质 1　等式两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，所得结果仍是等式.

等式性质 2　等式两边都乘以（或除以）同一个数（除数不能是 0），所得结果仍是等式.

例如，因为$\frac{1}{2}=0.5$是一个等式，所以

$$\frac{1}{2}+3=0.5+3\left(\text{即 } 3\frac{1}{2}=3.5\right),$$

$$\frac{1}{2}-1=0.5-1\left(\text{即}-\frac{1}{2}=-0.5\right),$$

$$\frac{1}{2}\times 6=0.5\times 6(\text{即 } 3=3),$$

$$\frac{1}{2}\div 4=0.5\div 4\left(\text{即}\frac{1}{8}=0.125\right),$$

仍然是等式. 又如，在方程（含有未知数的等式）

$$5x-7=8$$

的两边都加上 7，即 $5x-7+7=8+7$，所得结果

$$5x=15$$

仍然是等式. 在这个新等式的两边都除以 5，即 $5x\div 5=15\div 5\left(\text{也可以写成}\frac{5x}{5}=\frac{15}{5}\right)$，所得结果

$$x=3$$

也仍然是等式. 用这种方法，我们求出了方程 $5x-7=8$的解 $x=3$.

例 用适当的数或整式填空，使所得结果仍是等式，并说明是根据等式的哪一条性质以及怎样变形（改变式子的形状）的：

（1）如果 $2x=5-3x$，那么 $2x+$____$=5$；

（2）如果 $0.2x=10$，那么 $x=$____.

解：（1）$2x+3x=5$.

根据等式性质 1，等式两边都加上 $3x$.

（2）$x=50$.

根据等式性质 2，等式两边都除以 0.2.

练 习

1.（口答）

（1）从 $x=y$ 能不能得到 $x+5=y+5$ 呢？为什么？

（2）从 $x=y$ 能不能得到 $\frac{x}{9}=\frac{y}{9}$ 呢？为什么？

（3）从 $a+2=b+2$ 能不能得到 $a=b$ 呢？为什么？

（4）从 $-3a=-3b$ 能不能得到 $a=b$ 呢？为什么？

2. 写出一个含有字母的等式，并用它来举例说明等式的两条性质的意义是什么（加、减、乘、除各举一个例子，除用分数线表示）.

习 题 4.1

A 组

1. 用等号“=”或不等号“≠”填空：

(1) $5+3$ ____ $12-5$；　　(2) $8+(-4)$____ $8-(+4)$；

(3) $1+5\times(-2)$____ -12；(4) $2\times(3+4)$____ $2\times3+4$.

2. 什么叫做代数式？什么叫做等式？各举一个例子，然后说明代数式与等式有什么不同.

3. (1) 怎样从等式 $5x=4x+3$ 得到等式 $x=3$？

(2) 怎样从等式 $4x=12$ 得到等式 $x=3$？

(3) 怎样从等式 $\frac{a}{100}=\frac{b}{100}$ 得到等式 $a=b$？

(4) 怎样从等式 $2\pi R=2\pi r$ 得到等式 $R=r$？

4. 用适当的数或整式填空，使所得结果仍是等式，并说明是根据等式的哪一条性质以及怎样变形的：

(1) 如果 $2x+7=10$，那么 $2x=10-$____；

(2) 如果 $5x=4x+7$，那么 $5x-$____$=7$；

(3) 如果 $2a=1.5$，那么 $6a=$____；

(4) 如果 $-3x=18$，那么 $x=$____；

(5) 如果 $a+8=b+8$，那么 $a=$____；

(6) 如果 $x-\frac{2}{3}=y-\frac{2}{3}$，那么 $x=$____；

(7) 如果 $-5x=5y$，那么 $x=$____；

(8) 如果 $\frac{a}{4}=2$，那么 $a=$____.

B 组

1. 用适当的数填空：

(1) 如果 $-1=x$，那么 $x=$____；

(2) 如果 $x=y$，$y=0.6$，那么 $x=$____；

(3) 如果 $x=0$，$y=0$，那么 $x=y=$____.

2. 已知 x，y 都是数，利用等式性质将下列各小题中的等式进行变形，然后填空：

(1) 如果 $x+y=0$，那么 $x=$____.

这就是说，如果两个数的和为 0，那么这两个数_____.

(2) 如果 $xy=1$，那么 $x=$____.

这就是说，如果两个数的积为 1，那么这两个数_____.

3. 已知 x，y 都是数，利用等式性质将下列各小题中的等式进行变形，然后填空：

(1) 如果 $x=-y$，那么 $x+$____$=0$.

这就是说，如果两个数互为相反数，那么这两个数的和____.

(2) 如果 $x=\frac{1}{y}$，那么 x ____$=1$.

这就是说，如果两个数互为倒数，那么这两个数的积____.

4.2 方程和它的解

1. 弄懂方程、方程的解、解方程的含义.
2. 会检验一个数是否某个一元方程的解.

我们知道，上一小节中的方程

$$5x-7=8$$

的解是 $x=3$. 现在我们把有关方程的一些概念叙述一遍，其中大部分是已经学过的.

在方程 $5x-7=8$ 中，5，-7，8 这三个数的值是已知的，像这样的数都叫做**已知数**；字母 x 也表示一个数，但相当于一个问号“?”，在我们研究这个方程之前，它的值是未知的，像这样的数叫做**未知数**. 方程就是含有未知数的等式.

使方程左、右两边的值相等的未知数的值，叫做**方程的解**. 只含有一个未知数的方程的解，也叫做**根**. 因此，方程 $5x-7=8$ 的解（或根）是 $x=3$.

求得方程的解的过程，叫做**解方程**. 例如，求得方程 $5x-7=8$ 的解（不管用什么方法）的过程，就是解方程 $5x-7=8$.

例 1 判断下列各式是不是方程. 如果是，指出已知数和未知数；如果不是，说明为什么.

(1) $5-2x=1$；　　(2) $y^2+2=4y-1$；

(3) $x-2y=6$；　　(4) $2x^2+5x+8$.

解：(1) 是. 5，-2，1 是已知数，x 是未知数.

(2) 是. 2，4，-1 是已知数，y 是未知数.

(3) 是. -2，6 是已知数，x，y 是未知数.

(4) 不是. 因为它不是等式.

注意 (1) 未知数的系数如果是 1，这个省写的 1 也可看作已知数，但可以不说；

(2) 已知数应该包括它的符号在内.

例 2 根据下列条件列出方程：

(1) 某数比它的 $\frac{4}{5}$ 大 $\frac{5}{16}$；

(2) 某数比它的 2 倍小 3.

解：设某数是 x，那么所求的方程是：

(1) $x-\frac{4}{5}x=\frac{5}{16}$，也可以列成 $x-\frac{5}{16}=\frac{4}{5}x$ 或 $x=\frac{4}{5}x+\frac{5}{16}$；

(2) $2x-x=3$，也可以列成 $x+3=2x$ 或 $x=2x-3$.

注意 这里的条件表面上是“谁比谁大(小)”，实际上说的是相等关系，在分析时要留心.

例 3 检验下列各数是不是方程 $2x-3=5x-15$ 的解：

(1) $x=6$；　　(2) $x=4$.

解：(1) 把 $x=6$ 分别代入方程的左边和右边，得

左边 $=2\times6-3=9$，右边 $=5\times6-15=15$.

$\because$　　左边 $\neq$ 右边，

$\therefore$　$x=6$ 不是方程 $2x-3=5x-15$ 的解.

(2) 把 $x=4$ 分别代入方程的左边和右边，得

左边 $=2\times4-3=5$，右边 $=5\times4-15=5$.

$\because$　　左边 $=$ 右边，

$\therefore$　$x=4$ 是方程 $2x-3=5x-15$ 的解.

练　习

1. 判断下列各式是不是方程. 如果是，指出已知数和未知数；如果不是，说明为什么.

(1) $3y-1=2y$；　　(2) $3+4x+5x^2$；

(3) $7\times8=8\times7$；　　(4) $6x=0$.

2. 根据下列条件列出方程：

(1) 某数的一半比某数的 3 倍大 4；

(2) 某数比它的平方小 42.

3. 检验下列各小题括号里的数是不是它前面的方程的解：

(1) $6(x+3)=30$，　　($x=5$，$x=2$)；

(2) $3y-1=2y+1$，　　($y=4$，$y=2$).

习 题 4.2

A 组

1. 举一个方程的例子，指出方程中什么数是已知数，什么数是未知数，未知数取什么值时这个等式成立（等式两边的值相等）；再举例说明未知数取什么值时这个等式不成立（等式两边的值不相等）.

2. 根据下列条件列出方程：

（1）某数加上 2 再乘以 3，得 12；

（2）某数与 6 的和的 3 倍等于 21；

（3）某数的$\frac{1}{2}$与某数的$\frac{1}{3}$的和等于 8；

（4）某数的 7 倍比某数大 5；

（5）某数的 20%减去 15 的差的一半等于 2.

3. 检验下列各小题括号里的数是不是它前面的方程的解：

（1）$3x=x+3$，　　$\left(x=2,\ x=\frac{3}{2}\right)$；

（2）$y=10-4y$，　　$(y=1,\ y=2,\ y=3)$；

（3）$(x-2)(x-3)=0$，　$(x=0, x=2, x=3)$；

（4）$x(x+1)=12$，　　$(x=3, x=4, x=-4)$.

B 组

求作（这里，“求作”的意思是“写出”）一个方程，使它的解是：

（1）1；　　（2）-2；

（3）0；　　（4）$\frac{1}{2}$.

二　一元一次方程的解法和应用

4.3　一元一次方程和它的解法

1. 会解一元一次方程.
2. 能写出一元一次方程的标准形式.

我们先通过简单例子引入一种重要的变形.

例如，解方程 $x-7=5$.

为了去掉方程左边的已知数 -7，我们利用等式性质 1，在方程的两边都加上 7，即 $x-7+7=5+7$，也就是变形成

$$x=5+7. \qquad ①$$

把①式与原方程（题目所给的方程 $x-7=5$）相比较，这个变形相当于：

$$x\ \boxed{-7}\ =5$$

$$x\qquad =5\ \boxed{+7}$$

即把原方程中的已知项 -7 **改变符号**后，从方程的左边移到右边. 这种变形叫做**移项**. 由①式可得 $x=12$.

方程 $x-7=5$ 可以这样来解.

解：移项，得

$$x=5+7.$$

合并同类项，得

$$x=12.$$

检验：把 $x=12$ 分别代入原方程的左边和右边，得

$$\text{左边}=12-7=5，\text{右边}=5，$$

$$\text{左边}=\text{右边}，$$

所以 $x=12$ 是原方程的解.

又如，解方程 $7x=6x-4$.

为了去掉方程右边的未知项（含有未知数的项）$6x$，我们利用等式性质 1，在方程的两边都减去 $6x$，即 $7x-6x=6x-4-6x$，也就是变形成

$$7x-6x=-4. \qquad ②$$

把②式与原方程相比较，这个变形相当于：

$$7x = \boxed{6x} - 4$$

$$\downarrow$$

$$7x \boxed{-6x} = \quad -4$$

即把原方程中的未知项 $6x$ **改变符号**后，从方程的右边移到左边. 这也是移项. 由②式可得 $x=-4$.

方程 $7x=6x-4$ 可以这样来解.

解：移项，得

$$7x-6x=-4.$$

合并同类项，得

$$x=-4.$$

检验：把 $x=-4$ 分别代入原方程的左边和右边，得

$$\text{左边}=7\times(-4)=-28,$$

$$\text{右边}=6\times(-4)-4=-28,$$

$$\text{左边}=\text{右边},$$

所以 $x=-4$ 是原方程的解.

最后，让我们再强调一遍：**移项要变号**.

练 习

1. 下面的移项对不对？如果不对，错在哪里？应当怎样改正？

(1) 从 $7+x=13$，得到 $x=13+7$；

(2) 从 $5x=4x+8$，得到 $5x-4x=8$.

2. 通过移项解下列方程，并写出检验：

(1) $x+12=34$；　　(2) $x-15=74$；

(3) $3x=2x+5$；　　(4) $7x-3=6x$.

3. 小明在解方程 $x-4=7$ 时，是这样写解的过程的：

$$x-4=7=x=7+4=x=11.$$

(1) 小明这样写对不对？为什么？

(2) 应该怎样写？

现在我们举例说明一些方程的解法.

例 1 解方程$-5x=70$.

分析：为了把未知数x的系数-5变成1，我们利用等式性质2，在方程的两边都除以-5，即$-5x\div(-5)=70\div(-5)$$\left(\text{或}\dfrac{-5x}{-5}=\dfrac{70}{-5}\right)$，也就是

$$x=\frac{70}{-5}.$$

解：把x的系数化成1，得

$$x=\frac{70}{-5},$$

即

$$x=-14.$$

检验：左边$=-5\times(-14)=70$，右边$=70$，

左边$=$右边，

所以$x=-14$是原方程的解.

例 2 解方程$\dfrac{3}{5}x-8=1$.

分析：先移项、合并同类项，得$\dfrac{3}{5}x=9$. 为了把这个新方程中未知数的系数化成1，我们在方程的两边都除以$\dfrac{3}{5}$$\left(\text{或乘以}\dfrac{5}{3}\right)$，即$\dfrac{3}{5}x\cdot\dfrac{5}{3}=9\times\dfrac{5}{3}$，也就是

$$x=9\times\frac{5}{3}.$$

解：移项，得

$$\frac{3}{5}x=1+8.$$

合并同类项，得

$$\frac{3}{5}x=9.$$

系数化成 1，得

$$x=9\times\frac{5}{3},$$

即

$$x=15.$$

检验：左边$=\frac{3}{5}\times15-8=1$，右边$=1$，

左边$=$右边，

所以 $x=15$ 是原方程的解.

练　习

1. 不通过代入检验，判断下列方程的解法对不对. 如果不对，错在哪里？应怎样改正？

(1) $9x=-4$，得 $x=-\frac{9}{4}$；

(2) $\frac{3}{5}x=\frac{5}{3}$，得 $x=1$；

(3) $\frac{x}{2}=0$，得 $x=2$.

2. 解下列方程，并写出检验：

(1) $\frac{x}{5}=3$；　　(2) $6x=16-2x$；

(3) $\frac{2}{5}x-4=12$；　　(4) $4-\frac{3}{7}y=13$；

(5) $13=\frac{t}{2}+3$；　　(6) $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+2x$.

例3　解方程 $5x+2=7x-8$.

分析：方程两边都有未知数，设法把未知项移到一边，已知数移到另一边.

解法1：移项，得

$$2+8=7x-5x.$$

合并同类项，得

$$10=2x,$$

即 $2x=10$. 系数化成1，得

$$x=5.$$

(请同学们自己用口算检验. 下同.)

解法2：移项，得

$$5x-7x=-8-2.$$

合并同类项，得

$$-2x=-10.$$

系数化成1，得

$$x=5.$$

例 4 解方程 $2(x-2)-3(4x-1)=9(1-x)$.

分析：方程中带有括号，先设法去掉括号.

解：去括号，得

$$2x-4-12x+3=9-9x.$$

移项，得

$$2x-12x+9x=9+4-3.$$

合并同类项，得

$$-x=10.$$

系数化成 1，得

$$x=-10.$$

注意 (1)用分配律去括号时，不要漏乘括号中的项，并且不要搞错符号；

(2)$-x=10$ 不是方程的解，必须把 x 的系数化成 1，得 $x=-10$，才算完成了解方程的过程.

练 习

1. 下面方程的解法对不对？如果不对，应怎样改正？

解方程 $2(x+3)-5(1-x)=3(x-1)$.

解：$2x+3-5-5x=3x-3$，

$2x-5x-3x=-3+5-3$

$-6x=-1$，

$\therefore\quad x=-\frac{1}{6}$.

解下列方程，并用口算检验（第 2～3 题）：

2. (1) $2x+5=25-8x$；

(2) $\frac{x}{2}-7=5+x$.

3. (1) $5(x+2)=2(2x+7)$；

(2) $3(2y+1)=2(1+y)+3(y+3)$.

4. 在例 3 中，把 $10=2x$ 改写成 $2x=10$，这是利用了相等关系“=”的性质“如果 $a=b$，那么 $b=a$”. 根据这一性质填空：

(1) 如果 $-\frac{1}{3}=x$，那么 $x=$____；

(2) 如果 $c=-d$，那么在等式两边都乘以 -1，得 $-c=d$，于是 $d=$____.

例 5 解方程 $\frac{5y-1}{6}=\frac{7}{3}$.

分析：这个方程含有分母，只要把分母去掉，就可以化为同例 3 一样的方程. 因为

$$左边=\frac{5y-1}{6}=\frac{1}{6}(5y-1)，右边=\frac{7}{3}，$$

所以如果能找出两个分数 $\frac{1}{6}$，$\frac{7}{3}$ 的分母 6，3 的最小公倍数，用它去乘方程的两边，就可以使这两个分数变为整数，从而去掉分母. 6 与 3 的最小公倍数是 6，为了去分母，可以在方程的两边都乘以 6.

解：去分母，得

$$5y-1=14.$$

移项，得

$$5y=14+1.$$

合并同类项，得

$$5y=15.$$

系数化成1，得

$$y=3.$$

例6 解方程$\frac{2x-1}{3}-\frac{10x+1}{6}=\frac{2x+1}{4}-1$.

分析：本题中各分母3，6，4的最小公倍数是12.

解：去分母，得

$$4(2x-1)-2(10x+1)=3(2x+1)-12.$$

去括号，得

$$8x-4-20x-2=6x+3-12.$$

移项，得

$$8x-20x-6x=3-12+4+2.$$

合并同类项，得

$$-18x=-3.$$

系数化成1，得

$$x=\frac{1}{6}.$$

注意 (1) 为了去分母而在方程的两边都乘以各分母的最小公倍数时，不要漏乘没有分母的项（在例6中，方程右边的-1没有分母，不要忘记把-1也乘以12）. 因此，初学去分母时，可以增加下面两步：

$$12\cdot\left(\frac{2x-1}{3}-\frac{10x+1}{6}\right)=12\cdot\left(\frac{2x+1}{4}-1\right),$$

$$12\cdot\frac{1}{3}\cdot(2x-1)-12\cdot\frac{1}{6}\cdot(10x+1)$$

$$=12\cdot\frac{1}{4}\cdot(2x+1)-12\times 1.$$

(2) 由例6看出，分数线除了可以代替除号“÷”（表示“分子÷分母”；也可以说代替比号“：”，表示“分子：分母”）以外，还起着括号的作用. 分子如果是一个代数式，应该看作一个整体，在去分母时，不要忘了将分子作为一个整体加上括号. 这样才能避免在解例6中的方程时出现下面的错误：

去分母，得

$$4\cdot 2x-1-2\cdot 10x+1=3\cdot 2x+1-12.$$

(3) 在以上所举的解方程的几个例子中，解的部分都写出了解方程过程中的各个步骤. 同学们初学用代数方法解方程时，要按照例子写出各个步骤，以后可以逐渐省略.

练　习

1. 把下列方程去分母后，所得结果对不对？如果不对，错在哪里？应怎样改正？

(1) 方程为$\frac{2x+1}{3}-\frac{10x+1}{6}=1$，去分母，得

$$2(2x+1)-10x+1=6;$$

(2) 方程为$\frac{3}{7}(3x+7)=2$，去分母，得

$$21(3x+7)=14;$$

(3) 方程为$\frac{2x-1}{6}-\frac{5x+1}{4}=1$，去分母，得

$$2(2x-1)-3(5x+1)=1;$$

(4) 方程为$\frac{2x+3}{2}-\frac{9x+5}{8}=0$，去分母，得

$$4(2x+3)-(9x+5)=8.$$

2. 解下列方程：

(1) $\frac{7x-5}{4}=\frac{3}{8}$；　　(2) $\frac{3-x}{2}=\frac{x-4}{3}$；

(3) $\frac{2x-1}{6}-\frac{5x+1}{8}=1$；

(4) $\frac{2}{7}(3x+7)=2-1.5x$；

(5) $\frac{30}{100}x+\frac{70}{100}(200-x)=200\times\frac{54}{100}$.

3. 去分母是不是一定要在方程两边都乘以各分母的最小公倍数？为什么？在这里使用最小公倍数有什么好处？

在前几章里，我们解过的方程有一个共同的特点，它们或者不含分母，或者分母中不含未知数，将它们经过去分母、去括号、移项、合并同类项等变形后，能化为最简形式 $ax=b(a\neq0)$，它只含有一个未知数，并且未知数的次数是 1，系数不等于 0. 我们把这一类方程叫做**一元一次方程**. 注意：

1. 解一元一次方程的一般步骤是：

变形名称	具体做法
去分母	在方程两边都乘以各分母的最小公倍数.
去括号	先去小括号，再去中括号，最后去大括号.
移项	把含有未知数的项都移到方程的一边，其他项都移到方程的另一边（记住移项要变号）.
合并同类项	把方程化成 $ax=b$（$a\neq0$）的形式.
系数化成 1	在方程两边都除以未知数的系数 a，得到方程的解 $x=\frac{b}{a}$.

解方程时，表中有些变形步骤可能用不到，并且也不一定按照自上而下的顺序. 要根据方程形式灵活安排求解步骤. 熟练后，步骤及检验还可以合并简化.

2. 方程 $ax+b=0$（其中 x 是未知数，a，b 是已知数，并且 $a\neq0$）叫做**一元一次方程的标准形式**. 这里 a 是未知数的系数；b 是常数项，习惯上与 ax 同写在方程的左边.

例 7 解方程 $\dfrac{x}{0.7}-\dfrac{0.17-0.2x}{0.03}=1$.

分析：原方程的分母是小数，可以先用分数基本性质把它们都化成整数. 原方程就是

$$\frac{1}{0.7}x-\frac{1}{0.03}(0.17-0.2x)=1,$$

所以可把 $\dfrac{1}{0.7}$ 的分子、分母都乘以 10，把 $\dfrac{1}{0.03}$ 的分子、分母都乘以 100，那么原方程可以化成

$$\frac{10}{7}x-\frac{100}{3}(0.17-0.2x)=1.$$

解：原方程可以化成

$$\frac{10x}{7}-\frac{17-20x}{3}=1.$$

去分母，得

$$30x-7(17-20x)=21.$$

去括号、移项与合并同类项，得

$$170x=140.$$

系数化成 1，得

$$x=\frac{14}{17}.$$

例 8 在梯形面积公式 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ 中，已知 $S=120, b=18, h=8$，求 a.

解：把 $S=120, b=18, h=8$ 代入公式中，得

$$120=\frac{1}{2}\cdot(a+18)\cdot 8.$$

解这个以 a 为未知数的一元一次方程：

$$30=a+18,$$

$$a=12.$$

练 习

1. 先用分数基本性质把分母中的小数化成整数，再去分母解下列方程：

(1) $2.4-\frac{y-4}{2.5}=\frac{3}{5}y$;

(2) $\frac{0.1x-0.2}{0.02}-\frac{x+1}{0.5}=3.$

2. 在梯形面积公式 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ 中，

(1) 已知 $S=30$，$a=6$，$h=4$，求 b;

(2) 已知 $S=60$，$a=8$，$b=12$，求 h;

(3) 已知 $S=50$，$a=6$，$b=\frac{5}{3}a$，求 h.

3. 用先去括号再去分母的方法解下列方程：

(1) $\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{2x}{3}-4\right)=2$;

(2) $\frac{3}{2}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{x}{4}-1\right)-2\right]-x=2$ (提示：先去中括号).

习 题 4.3

A 组

1. 解下列方程，并写出检验：

(1) $2x+3=x-1$；

(2) $8x-2=7x-2$；

(3) $3x-4+2x=4x-3$；

(4) $10y+7=12y-5-3y$；

(5) $2.4x-9.8=1.4x-9$；

(6) $\frac{11}{9}z+\frac{2}{7}=\frac{2}{9}z-\frac{5}{7}$.

2. 解下列方程，并用口算检验：

(1) $9x=6x-6$；　　(2) $8z=4z+1$；

(3) $7x-6=-5x$；　　(4) $\frac{3x}{100}=\frac{45}{100}$.

3. 解下列方程，并写出检验：

(1) $\frac{x}{2}+1=x$；　　(2) $\frac{y}{3}=y-4$；

(3) $1=\frac{x}{2}-5$；　　(4) $0.48x-6=-0.02x$；

(5) $2x:3=6:5$；　　(6) $8:3=4x:7$.

4. 根据下列条件列出方程，然后求出某数：

(1) 某数的$\frac{1}{9}$等于 32；

(2) 某数的 4 倍比 30 大 10；

(3) 某数的 2 倍比某数的 5 倍小 24.

5. 下列方程的解法对不对？如果不对，应怎样改正？

(1) 解方程 $\frac{x}{2}=5$.

解：$\frac{x}{2}=5=x=10$.

(2) 解方程 $2x-1=-x+5$.

解：$2x-x=5-1$,

$\therefore\ x=4$.

(3) 解方程 $\frac{7y}{5}=y+1$.

解：$\frac{7y}{5}-y=1$,

$\frac{2y}{5}=1$,

$\therefore\ y=\frac{2}{5}$.

解下列方程（第 6～11 题）：

6. (1) $2x+3=11-6x$;　　(2) $\frac{x}{3}-\frac{5}{3}=4$;

(3) $2x-1=5x-7$;　　(4) $\frac{1}{2}-\frac{3x}{2}=8$.

7. (1) $3(y+4)=12$;　　(2) $\frac{3}{4}x-1=7$;

(3) $2-(1-z)=-2$;　　(4) $-5(x+1)=\frac{1}{2}$.

8. (1) $5(x+8)-5=6(2x-7)$;

(2) $2(3y-4)+7(4-y)=4y$;

(3) $4x-3(20-x)=6x-7(9-x)$;

(4) $4(2y+3)=8(1-y)-5(y-2)$.

9. (1) $3x-4(2x+5)=7(x-5)+4(2x+1)$;

(2) $17(2-3y)-5(12-y)=8(1-7y)$;

(3) $7(2x-1)-3(4x-1)-5(3x+2)+1=0$;

(4) $5(z-4)-7(7-z)-9=12-3(9-z)$.

10. (1) $\dfrac{5-3x}{2}=\dfrac{3-5x}{3}$;

(2) $y-\dfrac{y-1}{2}=2-\dfrac{y+2}{5}$;

(3) $\dfrac{x+2}{4}-\dfrac{2x-3}{6}=1$;

(4) $\dfrac{z-2}{5}-\dfrac{z+3}{10}-\dfrac{2z-5}{3}+3=0$.

11. (1) $2\dfrac{1}{2}=\dfrac{x+3}{4}-\dfrac{2-3x}{8}$;

(2) $\dfrac{5y+1}{6}=\dfrac{9y+1}{8}-\dfrac{1-y}{3}$;

(3) $\dfrac{2(x+3)}{5}=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{2(x-7)}{3}$;

(4) $\dfrac{x-9}{11}-\dfrac{x+2}{3}=(x-1)-\dfrac{x-2}{2}$.

12. 下列方程的解法对不对?如果不对,错在哪里?应怎样改正?

(1) 解方程$\dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{x+2}{3}-1$.

解: $2x-1=x+2-1$,

$\therefore\quad x=2$.

(2) 解方程$\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{x+2}{6}=\dfrac{4-x}{2}$.

解: $2x-2-x+2=12-3x$,

$4x=12$,

$\therefore\quad x=3$.

13. 根据下列条件列出方程，然后求出某数：

(1) 某数的 5 倍加上 3，等于某数的 7 倍减去 5；

(2) 某数的 3 倍减去 9，等于某数的$\frac{1}{3}$加上 6；

(3) 某数的 8 倍比某数的 5 倍大 12；

(4) 某数的一半加上 4，比某数的 3 倍小 21.

14. (1) k 等于什么数时，代数式$\frac{3k+5}{7}$的值是 2？

(2) x 等于什么数时，代数式$\frac{x-8}{3}$与$\frac{1}{4}x+5$ 的值相等？

解下列方程（第 15～17 题）：

15. (1) $\frac{17}{100}x=\frac{21}{100}(x-16)$；

(2) $\frac{65}{100}(y-1)=\frac{37}{100}(y+1)+0.1$；

(3) $3(x+1)-\frac{1}{3}(x-1)=2(x-1)-\frac{1}{2}(x+1)$；

(4) $\frac{3}{4}(z-1)-\frac{2}{5}(3z+2)=\frac{1}{10}-\frac{3}{2}(z-1)$.

16. (1) $\frac{x-3}{2}+\frac{6-x}{3}=\frac{2}{3}\left(1+\frac{1+2x}{4}\right)$；

(2) $\frac{1}{4}\left(1-\frac{3x}{2}\right)-\frac{1}{3}\left(2-\frac{x}{4}\right)=2$；

(3) $\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{2}(x-1)\right]=\frac{2}{3}(x-1)$；

(4) $2\left[\frac{4}{3}x-\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{3}{4}x$.

17. (1) $\frac{x+4}{0.2}-\frac{x-3}{0.5}=-1.6$;

(2) $\frac{4-6x}{0.01}-6.5=\frac{0.02-2x}{0.02}-7.5$;

(3) $14.5-\frac{2(t+3)}{5}=\frac{0.15t}{0.1}-\frac{0.4t-2.8}{0.6}$;

(4) $\frac{1.8-8x}{1.2}-\frac{1.3-3x}{2}=\frac{5x-0.4}{0.3}$.

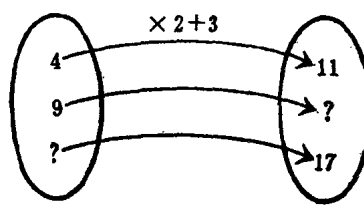
18. (1) 在公式 $S=2\pi r(r+h)$ 中，已知 $S=942$，$\pi=3.14$，$r=10$，求 h；

(2) 在公式 $l=l_0(1+at)$ 中，已知 $l=80.096$，$l_0=80$，$a=0.000\,012$，求 t；

(3) 在公式 $v=\frac{n\pi D}{1\,000}$ 中，已知 $v=120$，$D=100$，$\pi=3.142$，求 n（得数保留整数）；

(4) 在等式 $d=2a+1.57(b+c)$ 中，已知 $d=5\,200$，$a=628$，$b=500$，求 c（得数保留整数）.

19. 如图，求左圈和右圈里的“?”：



（第 19 题）

20. 根据公式 $v=v_0+at$，填写下表中的空格：

v	v_0	a	t
	0	2	8
48		3	14
15	5		4
76	13	7	

B 组

1. (1) 小红在解方程 $3x=0$ 时，在方程两边都乘以 0，得到 $0=0$. 她说："怎么 x 没有了？我做不下去啦."她错在什么地方？

(2) 王刚在解方程 $2x=5x$ 时，在方程两边都除以 x，竟得到 $2=5$！他错在什么地方？

2. 已知 $9x-8y=10$，用 y 的代数式表示 x，再用 x 的代数式表示 y.

3. 填空：当 $x\geqslant 0$ 时，方程 $\left|\frac{x}{4}\right|=7$ 就是一元一次方程____，它的解为 $x=$____；当 $x<0$ 时，方程 $\left|\frac{x}{4}\right|=7$ 就是一元一次方程____，它的解为 $x=$____.

4. 按照上题中的方法，把方程 $|0.8x|=1$ 化成两个一元一次方程，并分别求出它们的解.

同解方程

看下面的两个方程：

$$x+1=4, \qquad ①$$

$$x+51=54. \qquad ②$$

因为方程②实际上就是

$$x+1+50=4+50, \qquad ③$$

所以由等式性质1可以知道：使等式 $x+1=4$ 成立的 x 的值一定能使等式 $x+1+50=4+50$ 成立；反过来，使等式 $x+1+50=4+50$ 成立的 x 的值也一定能使等式 $x+1=4$ 成立. 也就是说，方程①和②的解相同.

如果两个方程的解相同，那么这两个方程叫做**同解方程**. 从上面知道，方程①和②是同解方程（解为 $x=3$）.

一般地，我们有：

方程同解原理1　方程两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，所得方程与原方程是同解方程.

在方程①的两边都乘以同一个不等于0的数 a，得

$$(x+1)a=4a. \qquad ④$$

由等式性质2可以知道：使等式①成立的 x 的值一定能使等式④成立；反过来，因为 $a\neq 0$，使等式④成立的 x 的值一定能使等式①成立. 也就是说，方程①和④是同解方程.

一般地，我们有：

方程同解原理 2　方程两边都乘以（或除以）同一个不等于 0 的数，所得方程与原方程是同解方程.

前面我们在解一元一次方程时，利用了等式的两条性质.由于我们从来没有在方程的两边都乘以 0，所以解方程的步骤都符合上面的同解原理.只要计算不出现错误，求得的解就是可靠的，可以不进行检验.

练　习

1. 根据方程同解原理说明下列各组两个方程是同解方程：

   (1) $6x-1=1$，$6x=2$；

   (2) $\frac{2}{3}x=7$，$2x=21$.

2. 在解一元一次方程时，我们常常移项.经过移项所得的方程与原方程是同解方程吗？举例说明为什么.

3. 看方程

$$3x=6. \qquad ①$$

两边都乘以 0，得

$$0x=0. \qquad ②$$

(1) 方程①的解是不是方程②的解？

(2) 方程②的解是不是方程①的解？

(3) 方程①和②是不是同解方程？

4.4 一元一次方程的应用

1. 能说出列一元一次方程解应用题的步骤.
2. 能列出一元一次方程解简单的应用题.

在小学和本书的第一章里，我们已经学过列方程解应用题. 由于那时的应用题都十分简单，看不出代数方法与算术方法比较起来有什么优点. 现在我们已经学会了用代数方法解一元一次方程，这就可以解决一些比起小学里稍为复杂的应用题了. 我们将逐渐体会到，设未知数列出方程来解应用题，要比不设未知数找出算式容易得多.

我们知道，方程是一个等式，而等式表示了一个相等关系. 对于任何一道应用题，要想列出方程，就得从问题中找出一个相等关系来. 每一个相等关系表示成等式后，总是有左边和右边. 所以我们不仅要找出一个相等关系，还要搞清楚它的左边是什么，右边是什么，然后才能把这个相等关系表示成方程.

让我们通过一些例子来学会找出其中一个相等关系和把这个相等关系表示成方程的方法.

例 1 某面粉仓库存放的面粉运出 15%后，还剩余 42 500 千克．这个仓库原来有多少面粉？

分析：把仓库中存放的面粉运出去，仓库中的面粉就比原来减少了．因此可以发现这道应用题含有这样一个相等关系：

原来重量－运出重量＝剩余重量． ①

设原来有 x 千克面粉，再分析相等关系①的左边和右边，便可得到下表：

左　　边	右　　边
原来有 x 千克， 运出 15%·x 千克．	还剩下 42 500 千克．

有了这个表，方程就不难列出来了．

解：设原来有 x 千克面粉，那么运出了 15%·x 千克，根据题意，得

$$x-15\%\cdot x=42\ 500,$$

即

$$x-\frac{15}{100}x=42\ 500.$$

解这个方程：

$$\frac{85}{100}x=42\ 500,$$

$$x=50\ 000.$$

答：原来有 50 000 千克面粉．

注意 （1）这道应用题的相等关系也可以是

原来重量＝运出重量＋剩余重量，

原来重量－剩余重量＝运出重量.

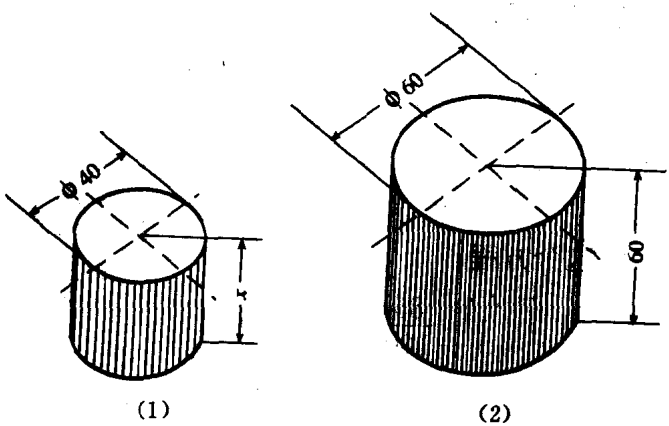
它们与“原来重量－运出重量＝剩余重量”形式上不同，实际上是一样的. 我们可以任意选择其中的一个相等关系来列方程.

（2）分析过程可以只写在草稿纸上，但要求认真.

（3）解的过程可以较为简洁，请注意模仿.

（4）不要漏写“答”.“设”和“答”都不要漏掉单位名称.

例 2 如图 4-2，已知圆柱（2）的体积是圆柱（1）的体积的 3 倍，求圆柱（1）的高（图中 ϕ40 表示直径为 40 毫米）.



(1) (2)

图 4-2

分析：由于圆柱（2）的体积是圆柱（1）的体积的3倍，应用题含有这样一个相等关系：

3×圆柱(1)体积＝圆柱(2)体积. ②

设圆柱(1)的高为 x 毫米(图 4-2)，再分析相等关系②的左边和右边，便可得到下表：

左　　边	右　　边
圆柱(1)高为 x 毫米， 底面直径为 40 毫米， 体积为 $\pi\cdot\left(\frac{40}{2}\right)^2\cdot x$ 毫米^3.	圆柱(2)高为 60 毫米， 底面直径为 60 毫米， 体积为 $\pi\cdot\left(\frac{60}{2}\right)^2\cdot 60$ 毫米^3.

解：设圆柱(1)的高为 x 毫米，那么它的体积是 $\pi\cdot\left(\frac{40}{2}\right)^2\cdot x$ 毫米^3，圆柱(2)的体积是 $\pi\cdot\left(\frac{60}{2}\right)^2\cdot 60$ 毫米^3，根据题意，得

$$3\pi\cdot\left(\frac{40}{2}\right)^2\cdot x=\pi\cdot\left(\frac{60}{2}\right)^2\cdot 60.$$

解这个方程：

$$3\times 400x=54\ 000,$$

$$400x=18\ 000,$$

$$x=45.$$

答：圆柱(1)的高为 45 毫米.

例 1、例 2 说明了**列出一元一次方程解应用题的方法：**

1. 弄清题意和题目中的数量关系，用字母（如 x）表示题目中的一个未知数；

2. 找出能够表示应用题全部含义的一个相等关系；

3. 根据这个相等关系列出需要的代数式（如例 1 中的 $15\%\cdot x$ 和例 2 中的 $\pi\cdot\left(\frac{40}{2}\right)^2\cdot x$），**从而列出方程；**

4. 解这个方程，求出未知数的值；

5. 写出答案（包括单位名称）.

练 习

列出一元一次方程解下列应用题：

1. 买 4 本练习本与 3 支铅笔一共用了 1.24 元. 已知铅笔每支 0.12 元，练习本每本多少元？

2. 我国城乡居民 1988 年末的储蓄存款达到 3 802 亿元，比 1978 年末的储蓄存款的 18 倍还多 4 亿元. 求 1978 年末的储蓄存款.

3. 圆柱（1）的底面直径为 10 厘米，高为 8 厘米；圆柱（2）的底面直径为 8 厘米. 已知圆柱（2）的体积是圆柱（1）的体积的 1.5 倍，求圆柱（2）的高.

4. 将内径为200毫米的圆柱形水桶中的满桶水倒入一个内部长、宽、高分别为300毫米、300毫米、80毫米的长方体铁盒，正好倒满. 求圆柱形水桶的水高(精确到1毫米. 在本小节中，取π的近似值为3.14).

例3 甲、乙两站间的路程为360 km. 一列慢车从甲站开出，每小时行驶48 km；一列快车从乙站开出，每小时行驶72 km.

(1) 两车同时开出，相向而行，多少小时相遇？

(2) 快车先开25分，两车相向而行，慢车行驶了多少小时两车相遇？

分析：由于两车从甲、乙两站开出，相向而行，所以当它们相遇时，它们行驶的路程的和等于两站之间的路程. 也就是有这样一个相等关系：

慢车行程＋快车行程＝两站路程. ③

(1) 设两车行驶了x小时相遇，再分析相等关系③的左边和右边，便可得到下表：

左　　边	右　　边
两车行驶了x小时相遇，其中： 慢车行驶了$48x$ km， 快车行驶了$72x$ km.	甲、乙两站间的路程为 360 km.

这个表可以用图4-3(1)这样的示意图表示出来.

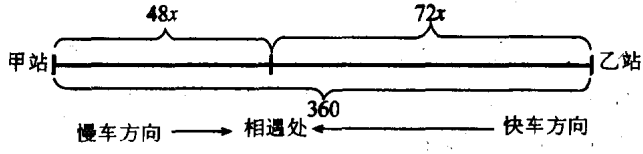


图 4-3(1)

(2) 设慢车行驶了 x 小时两车相遇，并设快车从乙站先开 25 分$\left(\text{统一单位，即}\frac{5}{12}\text{小时}\right)$到达丙地，再分析相等关系③的左边和右边，便可得到下表：

左　　边	右　　边
慢车行驶了 x 小时两车相遇， 其中：慢车行驶了 $48x$ km， 快车行驶了 $\left(72\times\frac{5}{12}+72x\right)$ km.	甲、乙两站间的路程为 360 km.

这个表可以用图 4-3(2)这样的示意图表示出来.

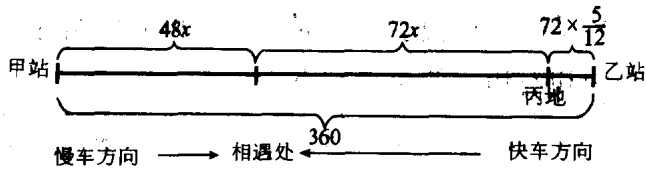


图 4-3(2)

解：(1) 设两车行驶了 x 小时相遇，那么慢车行驶了 $48x$ km，快车行驶了 $72x$ km，根据题意，得

$$48x+72x=360.$$

解这个方程：

$$120x=360,$$

$$x=3.$$

答：两车行驶了 3 小时相遇.

(2) 设慢车行驶了 x 小时两车相遇，那么慢车行驶了 $48x$ km；快车先行驶 $72\times\frac{5}{12}$ km 到达丙地(图 4-3 (2))，然后在与慢车相向而行中，它又行驶了 $72x$ km. 根据题意，得

$$48x+72\times\frac{5}{12}+72x=360.$$

解这个方程：

$$120x+30=360,$$

$$120x=330,$$

$$x=2\frac{3}{4}.$$

答：慢车行驶了 2 小时 45 分两车相遇.

注意 解应用题时，要尽可能利用图形（本题利用直线型示意图比较好）. 分析第 (2) 小题的表中，“丙地”的位置看不出来；画出示意图后就一目了然了.

请将本题的两道小题从表格、示意图到方程分别进行比较.

例 4 一队学生去校外进行军事野营训练. 他们以 5 千米/时的速度行进，走了 18 分的时候，学校要将一个紧急通知传给队长. 通讯员从学校出发，骑自行车以 14 千米/时的速度按原路追上去. 通讯员用多少时间可以追上学生队伍？

分析：由于通讯员从学校出发按原路追上去，所以与学生是同向而行. 于是有这样一个相等关系：

通讯员行进路程＝学生行进路程. ④

设通讯员追上学生队伍需要 x 小时，再分析相等关系④的左边和右边，便可得到下表及其示意图（图 4-4）：

左　　边	右　　边
通讯员用 x 小时追上学生队伍， 通讯员行进了 $14x$ km.	通讯员出发前学生走了 $5\times\frac{3}{10}$ km， 通讯员出发后学生走了 $5x$ km.

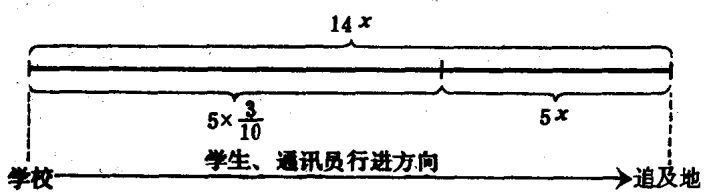


图 4-4

解：设通讯员用 x 小时可以追上学生队伍，根据题意，得

$$14x=5\times\frac{3}{10}+5x.$$

解这个方程，得

$$x=\frac{1}{6}.$$

答：通讯员用$\frac{1}{6}$小时（即 10 分）可以追上学生队伍.

练　习

列出一元一次方程解下列应用题：

1. 挖一条长 1210 m 的水渠，由甲、乙两队从两头同时施工. 甲队每天挖 130 m，乙队每天挖 90 m. 挖好水渠需要几天？
2. 甲、乙两站间的路程为 284 km. 一列慢车从甲站开往乙站，每小时行驶 48 km；慢车行驶了 1 小时后，另有一列快车从乙站开往甲站，每小时行驶 70 km. 快车行驶了几小时与慢车相遇？
3. 甲、乙两人练习 100 米赛跑，甲每秒跑 7 米，乙每秒跑 6.5 米. 如果甲让乙先跑 1 秒，甲经过几秒可以追上乙？
4. 甲、乙两人都从 A 地去 B 地. 甲步行，每小时走 5 千米，先走 1.5 小时；乙骑自行车. 乙走了 50 分，两人同时到达目的地. 乙每小时骑多少千米？

习 题 4.4(1)

A 组

列出一元一次方程解下列应用题：

1. 买3千克苹果，付出10元，找回3角4分，每千克苹果多少钱？
2. 用76厘米长的铁丝做一个长方形的教具，要使宽是16厘米，那么长是多少厘米？
3. 某厂去年10月生产电视机2 050台，这比前年10月产量的2倍还多150台．这家工厂前年10月生产电视机多少台？
4. 大箱子装有洗衣粉36千克．把大箱子里的洗衣粉分装在4个同样大小的小箱子里，装满后还剩余2千克洗衣粉．每个小箱子装有洗衣粉多少千克？
5. 某钢铁厂要用含铁量是58.5%的矿石炼出3 000吨铁，需用这种矿石多少吨（精确到10吨）？
6. 酒精加水稀释（在溶液中再加入溶剂，使溶液的浓度变小．这里溶液是酒精，溶剂是水）后，得到的一种酒精溶液的体积是原来酒精的体积的4.5倍．要得到这样的酒精溶液900毫升，需要酒精多少毫升？
7. 某种干饲料加水发酵（jiào．这里发酵是为了把原来的干饲料制成家畜爱吃和易于消化的食物）后，重量可以增加150%．要得到360千克发酵饲料，需要多少千克干饲料？
8. 把100元钱按照1年定期储蓄存入银行，如果到期可以得到本息共111.34元，那么这种储蓄的年息是存款的百分之几？月息是存款的百分之几？

9. 地球上水面面积约等于陆地面积的 $2\frac{13}{29}$ 倍，地球的表面积约等于 5.1 亿平方公里，求地球上陆地面积是多少（精确到 0.1 亿平方公里）.

10. 长方体甲的长、宽、高分别为 260 mm，150 mm，325 mm，长方体乙的底面积为 130×130 mm^2（长、宽都是 130 mm）. 已知甲的体积是乙的体积的 2.5 倍，求乙的高.

11. 内径为 120 mm 的圆柱形玻璃杯，和内径为 300 mm、内高为 32 mm 的圆柱形玻璃盘可以盛同样多的水，求玻璃杯的内高.

12. 用内径为 90 mm 的圆柱形长玻璃杯（已装满水）向一个内底面积为 131×131 mm^2，内高为 81 mm 的长方体铁盒倒水，当铁盒装满水时，玻璃杯中水的高度下降多少？

13. 甲、乙两鸡场某月(30 天)共产蛋 18 000 个，已知甲鸡场这一月每天平均产蛋 360 个，求乙鸡场这一月每天平均产蛋数.

14. 甲、乙骑自行车同时从相距 65 千米的两地相向而行，2 小时相遇. 甲比乙每小时多骑 2.5 千米，求乙的时速.

15. 甲、乙两架飞机同时从相距 750 千米的两个机场相向飞行，飞了半小时到达同一中途机场. 如果甲机的速度是乙机的速度的 1.5 倍，求乙机的速度.

16. 一队学生去校外参加劳动，以 4 千米/时的速度步行前往. 走了半小时，学校有紧急通知要传给队长，通讯员骑自行车以 14 千米/时的速度按原路追上去. 通讯员要多少分才能追上学生队伍？

17. 甲、乙两人住处之间的路程为 30 km. 某天他俩同时骑摩托车出发去某地，甲在乙后面，乙每小时骑 52 km，甲每小时骑 70 km. 经过多少时间甲赶上乙？

B 组

1. 某工程设计使用了电子计算机，使计算速度大大加快. 原来 1 名设计人员 100 小时的计算量，用这台机器计算只需要 1 秒. 那么 5 名设计人员 250 小时的计算量，用这台机器计算只需要几秒？
2. 把 1 400 元奖金分给 22 名得奖者，一等奖每人 200 元，二等奖每人 50 元. 求得到一等奖与二等奖的人数.

想一想

希腊数学家丢番图(公元 3～4 世纪) 的墓碑上记载着：

“他生命的六分之一是幸福的童年；再活了他寿命的十二分之一，两颊长起了细细的胡须；

他结了婚，又度过了一生的七分之一；

再过五年，他有了儿子，感到很幸福；

可是儿子只活了他父亲全部年龄的一半；

儿子死后，他在极度悲痛中度过了四年，也与世长辞了.”

请回答：

(1) 他结婚时的年龄；　(2) 他开始当爸爸时的年龄；

(3) 他儿子死时他的年龄；(4) 他去世时的年龄.

例 5 在甲处劳动的有 27 人，在乙处劳动的有 19 人．现在另调 20 人去支援，使在甲处的人数为在乙处的人数的 2 倍，应调往甲、乙两处各多少人？

分析：这个问题里的相等关系可以表示为：

调人后甲处人数＝2×调人后乙处人数． ⑤

设应调往甲处 x 人，再分析相等关系⑤的左边和右边，便可得到下表及其示意图（图 4-5）：

左　　边	右　　边
甲处原有 27 人， 应调往甲处 x 人， 甲处现有$(27+x)$人，等于乙处现有人数的 2 倍．	乙处原有 19 人， 调往乙处$(20-x)$人， 乙处现有$[19+(20-x)]$人．

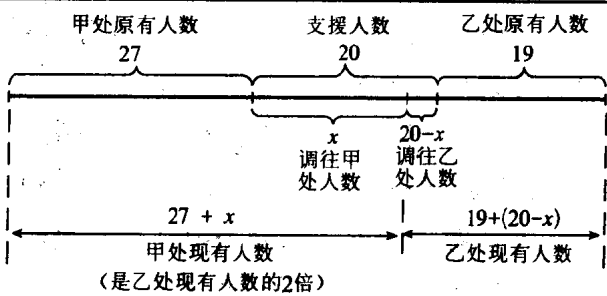


图 4-5

解：设应该调往甲处 x 人，那么调往乙处的人数就是 $20-x$．于是调人以后甲处有$(27+x)$人，乙处有$[19+(20-x)]$人．根据题意，得

$$27+x=2[19+(20-x)].$$

解这个方程：

$$27+x=2(39-x),$$

$$27+x=78-2x,$$

$$3x=51,$$

$$x=17.$$

$$\therefore \quad 20-x=20-17=3.$$

答：应调往甲处 17 人，调往乙处 3 人.

注意 本题表面上要求出两个未知数的值，但由于这两个未知数的和是 20(人)，所以只要用字母 x 表示其中的一个未知数，就可以用 $20-x$ 表示另一个未知数.

如果设应调往乙处 x 人，那么应该怎样列方程？应用题的答案与上面求得的答案一样吗？

例 6 一件工作，甲单独做 20 小时完成，乙单独做 12 小时完成. 现在先由甲单独做 4 小时，剩下的部分由甲、乙合做. 剩下的部分需要几小时完成？

分析：这个问题里的相等关系可以表示为：

全部工作量＝甲独做工作量

＋甲、乙合做工作量. ⑥

于是问题转化为如何表示工作量.

我们知道，

工作量＝工作效率×工作时间.

这里的工作效率是用分数表示的：一件工作需要 a 小时完成，那么 1 小时的工作效率为 $\frac{1}{a}$. 由此可知：

$$m \text{ 小时的工作量} = \text{工作效率} \times m = \frac{m}{a},$$

$$\text{全部工作量} = \text{工作效率} \times a = \frac{a}{a} = 1,$$

即在工程问题中，可以把全部工作量看作 1.

在本题中，设剩下的部分需要 x 小时完成，再分析相等关系⑥，便可得到下表及其示意图（图 4-6(1)）：

左　边	右　边
全部工作量为 1.	设甲、乙合做部分需要 x 小时完成，甲独做部分完成的工作量为 $\frac{1}{20}\times 4=\frac{4}{20}$，甲、乙合做部分完成的工作量为 $\frac{1}{20}\times x+\frac{1}{12}\times x=\frac{x}{20}+\frac{x}{12}$.

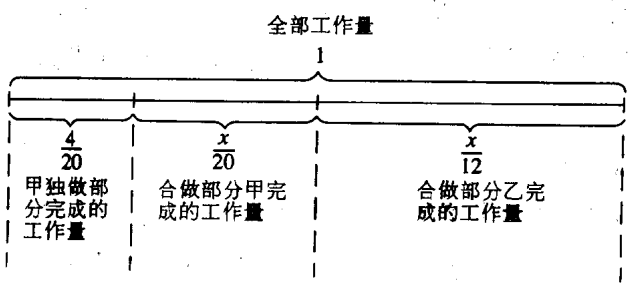


图 4-6(1)

解：设剩下的部分需要 x 小时完成，根据题意，得

$$1=\frac{4}{20}+\frac{x}{20}+\frac{x}{12}.$$

解这个方程，得

$$x=6.$$

答：剩下的部分需要 6 小时完成.

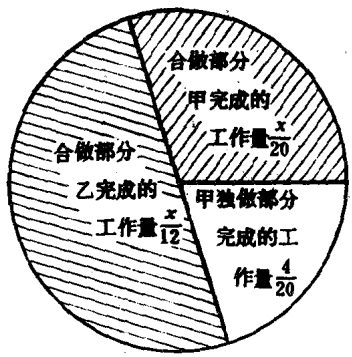


图 4-6(2)

注意 图 4-6(1)是直线型示意图. 我们也可以用圆型示意图来进行分析(图 4-6(2)). 这里用整个圆的面积表示全部工作量 1，无斜线部分表示两人合做前甲已完成的工作量$\frac{4}{20}$. 圆型示意图可以使我们对于“把全部工作量看成 1”有更直观的认识. 画这种图时，先画一个圆，再从圆心开始画几条半径，把圆划分成几个扇形，用扇形面积来代表有关的代数式.

练 习

列出一元一次方程解下列应用题：

1. 甲队有 32 人，乙队有 28 人. 如果要使甲队人数是乙队人数的 2 倍，那么需从乙队抽调多少人到甲队？

2. 甲、乙两池共存水40吨，甲池注进水4吨，乙池放出水8吨后，两池的水正好相等．两池原来各有水多少吨？

3. 把面积是1 600 m^2的一块地分成两部分，使它们面积的比为3∶5，求每一部分的面积（提示：面积的比为3∶5，表示两部分分别占总面积的3份与5份．可设其中每一份为x m^2）．

4. 某管道由甲、乙两工程队单独铺设分别需要12天、18天．如果两队从两端同时相向施工，需多少天铺好？

5. 某工作由甲、乙两人单独做分别需要3小时、5小时，求两人合做这项工作的80%需要几小时．

看下面的问题：

（1）含盐18%的盐水a千克中，含纯盐多少千克？

（2）浓度为75%的酒精溶液x克中，含纯酒精多少克，含水多少克？

问题（1）中“含盐18%的盐水”，是指1千克这样的盐水中，含纯盐1×18%千克，即0.18千克，所以a千克这样的盐水中，含纯盐0.18a千克．

问题(2)中“浓度为75%的酒精溶液”，是指1克这样的酒精溶液中，含纯酒精0.75克，所以x克这样的酒精溶液中，含纯酒精0.75x克，含水$(x-0.75x)$克．

例7 要把30克含盐16%的盐水稀释成含盐0.15%的盐水，需要加水多少克？

分析：盐水加上水后，重量变了，浓度变了，但盐水中所含的盐的重量没有变(图 4-7)．也就是说，这道应用题含有这样一个相等关系：

加水前含盐重量＝加水后含盐重量． ⑦

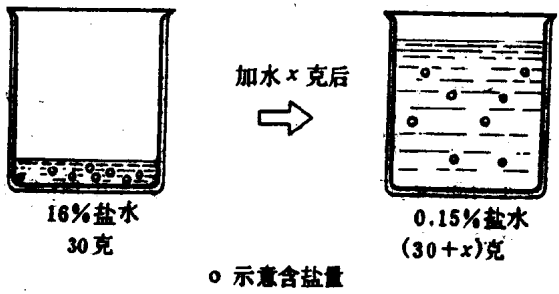


图 4-7

设需要加水 x 克(图 4-7)，再分析相等关系⑦，便可得到下表：

左　边	右　边
加水前盐水中含盐重量是 $30\times16\%$ 克．	设需要加水 x 克， 加水后盐水重量是 $(30+x)$ 克， 加水后盐水中含盐重量是 $(30+x)\times0.15\%$ 克．

解：设需要加水 x 克，根据题意，得

$$30\times16\%=(30+x)\times0.15\%.$$

解这个方程，得

$$x=3\ 170.$$

答：需要加水 3 170 克．

例 8 一个两位数，十位上的数比个位上的数小1，十位与个位上的数的和是这个两位数的$\frac{1}{5}$. 求这个两位数.

分析：这道题含有这样一个相等关系：

十位上的数＋个位上的数$=\frac{1}{5}\times$两位数. ⑧

设十位上的数为 x，再分析相等关系⑧，便可得到下表：

左　边	右　边
设十位上的数为 x， 个位上的数为 $x+1$， 它们的和为 $x+(x+1)$.	这个两位数为 $10x+(x+1)$， 它的$\frac{1}{5}$等于十位上的数与个位上的数的和.

解：设十位上的数为 x，根据题意，得

$$x+(x+1)=\frac{1}{5}[10x+(x+1)].$$

解这个方程，得

$$x=4.$$

个位上的数为

$$x+1=5.$$

所以所求的两位数为 45.

答：所求的两位数为 45.

练 习

1. 填空：

(1) 含盐 6%的盐水 10 千克，其中含盐_____千克，含水_____千克；

(2) 含盐 10%的盐水 x 千克，其中含盐_____千克，含水_____千克；

(3) 含盐 8%的盐水$(20+x)$千克，其中含盐_____千克，含水_____千克；

(4) 一个两位数，十位上的数是 5，个位上的数是 4，这个两位数是_____；

(5) 一个两位数，十位上的数是 5，个位上的数是 a，这个两位数是_____；

(6) 一个两位数，十位上的数是 x，个位上的数是 8，这个两位数是_____.

列出一元一次方程解下列应用题：

2. 有含盐 15%的盐水 20 千克，要使盐水含盐 10%，需要加水多少千克？

3. 有含盐 15%的盐水 20 千克，要使盐水含盐 20%，需要加盐多少千克？

4. 一个两位数，个位上的数是十位上的数的 2 倍，如果把十位与个位上的数对调，那么所得到的两位数比原两位数大 36. 求原两位数.

5. 设个位上的数为 x，解例 8.

6. 长方形的周长为 16 m，长比宽多 2 m，求它的面积.

习 题 4.4(2)

A 组

列出一元一次方程解下列应用题：

1. 甲槽有水 34 升，乙槽有水 18 升. 现在两槽同时排水，都是平均每分排出 2 升. 多少分后，甲槽的水是乙槽的水的 3 倍？

2. 某队有林场 108 公顷，牧场 54 公顷. 现在要栽培一种新的果树，把一部分牧场改为林场，使牧场面积只占林场面积的 20%. 改为林场的牧场面积是多少公顷？

3. 某渔场的甲仓库存鱼 30 吨，乙仓库存鱼 40 吨. 要再往这两个仓库运送 80 吨鱼，使甲仓库的存鱼量为乙仓库的存鱼量的 1.5 倍. 应往甲仓库和乙仓库分别运送多少吨鱼？

4. 初一(1)班举办了一次集邮展览. 展出的邮票比平均每人 3 张多 24 张，比平均每人 4 张少 26 张. 这个班级有多少学生？一共展出了多少张邮票？

5. 王平要从甲村走到乙村. 如果他每小时走 4 千米，那么走到预定时间，离乙村还有 0.5 千米；如果他每小时走 5 千米，那么比预定时间少用半小时就可到达乙村. 求预定时间是多少小时，甲村到乙村的路程是多少千米.

6. 某洗衣机厂今年计划生产洗衣机 2 550 台，其中 Ⅰ 型、Ⅱ 型、Ⅲ 型三种洗衣机的数量的比为 1∶2∶14，这三种洗衣机计划各生产多少台？

7. 某种中药含有甲、乙、丙、丁四种草药成分. 这四种成分的重量的比是 0.7∶1∶2∶4.7. 现在要配制这种中药2 100克，四种草药分别需要多少克？

8. 某城市的中学生发起了“爱我中华，修我长城”的捐款活动. 1 中每个班级平均捐款 30 元；2 中比 1 中少 6 个班级，每个班级平均捐款 40 元. 结果两校捐款数正好相等. 求这两所中学各捐款多少元.

9. 一个蓄水池装有甲、乙、丙三个进水管. 单独开放甲管，45 分可以注满全池；单独开放乙管，60 分可以注满全池；单独开放丙管，90 分可以注满全池. 现将三管一齐开放，多少分可以注满全池？

10. 某中学开展校外植树活动，让初一学生单独种植，需要 7.5 小时完成；让初二学生单独种植，需要 5 小时完成. 现在让初一、初二学生先一起种植 1 小时，再由初二学生单独完成剩余部分. 共需多少时间完成？

11. 要配制浓度为 10% 的某种药液 2 940 克，需要浓度为 98% 的这种药液多少克？

12. 要把浓度为 95% 的酒精溶液 600 克稀释成浓度为 75% 的酒精溶液，需要加水多少克？

13. 有含盐 8% 的盐水 40 千克，要配制成含盐 20% 的盐水，需要加盐多少千克？

14. 在 90 g 食盐中，要加入多少水，才能配制成浓度为 15% 的盐水？

15. 一桶油连桶重量为 8 千克，油用去一半后，连桶重量为 4.5 千克. 桶内原来有油多少千克？

16. 三个连续整数的和是 18，求它们的积（提示：可设中间一个整数为 x）.

17. 轮船在两个码头之间航行，顺水航行需要 4 小时，逆水航行需要 5 小时，水流的速度是 2 千米/时. 求轮船在静水中航行的速度.

18. 一架飞机飞行在两个城市之间，风速为 24 千米/时，顺风飞行需要 2 小时 50 分，逆风飞行需要 3 小时，求两个城市之间的飞行路程.

19. 一个三位数，三个数位上的数的和是 17，百位上的数比十位上的数大 7，个位上的数是十位上的数的 3 倍. 求这个三位数.

20. 一个三角形三条边长的比是 2∶4∶5，最长的边比最短的边长 6 厘米，求这个三角形的周长.

21. “10 名学生分成人数相等的 3 组去参加劳动，求每组有多少人”，这道应用题的方程是什么？这个方程有解吗？解是什么？这道应用题有解吗？为什么？

B 组

在老师的指导下，结合我国社会主义建设和改革中的成就，编几道应用题，并求出它们的解.

关于代数的故事

1858年，苏格兰古董收藏家兰德在非洲的尼罗河边买进了一卷公元前1600年左右遗留下来的古埃及的纸莎草卷. 他惊奇地发现，这卷草卷中有一些含有未知数的数学问题（当然都是用象形文字表示的）. 例如有一个问题翻译成数学语言是：

“啊哈，它的全部，它的$\frac{1}{7}$，其和等于19.”

如果用x表示这个问题中的未知数，就得到方程$x+\frac{x}{7}=19$. 解这个方程，得$x=16\frac{5}{8}$. 令人惊奇的是，虽然古埃及人没有我们今天所使用的方程的表示法和解法，却成功地得到了$16\frac{5}{8}$这个答数.

公元825年左右，花剌子模（即现在的乌兹别克斯坦）数学家阿勒-花剌子模写了一本书《Kitabal jabr w'al-mugabala》，意思是“整理”和“对比”. 这本书的阿拉伯文版已经失传，但12世纪的一册拉丁文译本却流传至今. 在这个译本中，把“al jabr”译成拉丁语“Aljebra”，并作为一门学科，它的课题最首要的就是用字母表示的式子的变形和解方程的规则方法.

拉丁语“Aljebra”一词后来被许多国家采用．英语译作“Algebra”．中国对代数早有研究．到了清朝咸丰9年（1859年），数学家李善兰首次把“Aljebra”译成“代数学”，从此我国正式使用“代数”一词．

代数对于算术来说，是一个巨大的进步．我们举一个例子：一个数乘以2，再除以3，等于40，求这个数．

算术解法（公元1200年左右伊斯兰教的数学家们就是这样解的）：

既然这个数的$\frac{2}{3}$是40，

那么它的$\frac{1}{3}$就是40的一半，即20；

一个数的$\frac{1}{3}$是20，

那么这个数是20的3倍，即60．

代数解法：设某数为x，则

$$\frac{2x}{3}=40,$$

$$2x=120.$$

所以

$$x=60.$$

可见代数解法与算术解法思路不同，各有自己的一套规则．代数解法往往比较简单明了．

“用字母表示数”是代数的基础．代数使人类对于数的认识大大加深了．随着我们所研究的数的集合的不断扩充，我们会越来越认识到“用字母表示数”所起的巨大作用．

小结与复习

一、内容提要

1. 本章的内容是等式和它的性质、方程和它的解、一元一次方程的解法及其应用. 其中一元一次方程的解法及其应用是本章的主要内容.

2. 表示相等关系的式子，叫做等式.

等式性质 1　等式两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式，所得结果仍是等式.

等式性质 2　等式两边都乘以(或除以)同一个数(除数不能是 0)，所得结果仍是等式.

3. 只含有一个未知数，并且未知数的次数是 1，系数不等于 0 的方程叫做一元一次方程. 它的标准形式是 $ax+b=0$，其中 x 是未知数，$a\neq 0$. 它有一个解.

解一元一次方程的一般步骤是去分母、去括号、移项、合并同类项和系数化成 1.

4. 列出一元一次方程解应用题的一般步骤是：

(1) 弄清题意和题目中的已知数、未知数，用字母表示题目中的一个未知数；

(2) 找出能够表示应用题全部含义的一个相等关系；

(3) 根据这个相等关系列出需要的代数式，从而列出方程；

(4) 解这个方程，求出未知数的值；

(5) 写出答案（包括单位名称）.

二、学习要求

1. 能说出等式的意义和两条性质，能说出什么是方程、方程的解、解方程，会检验一个数是不是某个一元方程的解.

2. 能说出什么是一元一次方程，能正确地运用等式性质(不能乘 0)和移项法则，熟练地解一元一次方程，并养成对方程的解进行检验的习惯.

3. 会找出简单应用题中的已知数、未知数和表示应用题全部含义的一个相等关系，并会根据相等关系列出需要的代数式、方程，从而求得应用题的解. 会根据应用题的实际意义，检查求得的结果是否合理.

三、需要注意的几个问题

1. 要从算术解法转到习惯于代数解法. 列出一元一次方程解应用题的代数解法，从一开始就抓住既包括已知数，也包括未知数的整体，而不是像算术解法那样，往往由已知数开始一步步向前探索，到解题基本结束，才找出所求未知数与已知数的关系. 因此代数解法常具有居高临下、省时省力的优点.

例如，甲、乙两厂去年分别完成生产任务的112%和110%，共生产机床4 000台，比原任务（两厂之和）超产400台．甲厂原任务生产多少？

如果用代数解法，那么可设甲厂原任务为x台，则乙厂原任务为(4 000－400－x)台，根据题意，得

$$x\times112\%+(4\ 000-400-x)\times110\%=4\ 000.$$

解这个方程，得

$$x=2\ 000(\text{台}).$$

所以甲厂原任务为2 000台．

如果用算术解法，则比较麻烦．

2. 不要死记硬背例题题型和解法，而要努力学会分析问题的本领．为此要适当做一些与例题不同类的题，通过老师的指导，自己去进行分析并解决它们．

3. 要注意检验求得的结果是不是方程的解，方程的解是不是符合应用题题意的解．如果方程有解，但这个解不符合应用题题意，我们就说这道应用题无解．一般说来，违背实际情况的应用题都是无解的．

4. 在解一元一次方程时，要灵活安排各个步骤的次序（不一定每个步骤都要用到），这样往往可使计算简便．在整个求解过程中，要注意避免去分母、去括号、移项时易犯的错误．在整个初学阶段，最好把方程的解代入方程进行检验．

复习题四

A 组

1. 下列方程的解法对不对？如果不对，错在哪里？应怎样改正？

(1) 解方程 $2x+1=4x+1$.

解：$2x+4x=0$,

$6x=0$,

$\therefore\ x=0$.

(2) 解方程 $\frac{x}{2}=x+6$.

解：$\frac{x}{2}-x=6$,

$-\frac{x}{2}=6$,

$\therefore\ x=12$.

(3) 解方程 $\frac{x+1}{2}=\frac{3x-1}{2}-1$.

解：$x+1=3x-1-1$,

$2x=3$,

$\therefore\ x=\frac{3}{2}$.

(4) 解方程 $\frac{2x+1}{3}-\frac{x+1}{6}=2$.

解：$4x+2-x+1=12$.

$3x=9$,

$\therefore\ x=3$.

解下列方程（第 2～3 题）：

2. (1) $\frac{4}{3}-8x=3-\frac{11}{2}x$；

(2) $0.5x-0.7=6.5-1.3x$；

(3) $\frac{1}{6}(3x-6)=\frac{2}{5}x-3$；

(4) $\frac{1}{3}(1-2x)=\frac{2}{7}(3x+1)$.

3. (1) $3(8x-1)-2(5x+1)=6(2x+3)+5(5x-2)$；

(2) $3(x-7)-2[9-4(2-x)]=22$.

(3) $\frac{x+4}{5}-x+5=\frac{x+3}{3}-\frac{x-2}{2}$；

(4) $\frac{1}{2}(y+1)+\frac{1}{3}(y+2)=3-\frac{1}{4}(y+3)$.

4. 当 x 等于什么数时，代数式 $x-\frac{x-1}{3}$ 的值与代数式 $7-\frac{x+3}{5}$ 的值相等？

列出一元一次方程解下列应用题（第 5～13 题）：

5. 两数的和为25，其中一数比另一数的 2 倍大 4，求这两个数.

6. 三个连续奇数的和为 69，求这三个数.

7. (1) 一群小孩分一堆梨，一人 1 个多 1 个，一人 2 个少 2 个，问有几个小孩几个梨.

(2) 某套书分上、中、下三册，印上册用了全部印刷时间的 40%，印中册用了全部印刷时间的 36%，印下册用了 24 天. 印完全套书共用了多少天？

8. (我国古代问题)❶好马每天走240里，劣马每天走150里. 劣马先走12天，好马几天可以追上劣马？

9. 运动场的跑道一圈长400 m. 甲练习骑自行车，平均每分骑490 m；乙练习跑步，平均每分跑250 m. 两人从同一处同时同向出发，经过多少时间首次相遇？

10. 要加工200个零件. 甲先单独加工了5小时，然后又与乙一起加工了4小时，完成了任务. 已知甲每小时比乙多加工2个零件，求甲、乙每小时各加工多少个零件.

11. 一架敌机侵犯我领空，我机起飞迎击. 在两机相距50千米时，敌机扭转机头，以15千米/分的速度逃跑. 我机以22千米/分的速度追击. 当我机追至距敌机1千米时，向敌机开火，经过半分，敌机冒着浓烟一头栽了下去. 敌机从逃跑到被我歼灭时只有几分时间？

12. 有一架飞机，最多能在空中连续飞行4小时，它在飞出和返回时的速度分别为950千米/时和850千米/时. 这架飞机最远飞出多少千米就应返回（答案只保留整数部分）？

13. 某校初一学生为保护我国珍贵动物大熊猫捐款. (1)班捐款数为初一总捐款数的$\frac{1}{3}$，(2)班捐款数为(1)班、(3)班捐款数的和的一半，(3)班捐了38元. 求初一总捐款数.

---

❶ 这道题选自元朝朱世杰所著的《算学启蒙》(1299年). 原题是："良马日行二百四十里，驽马日行一百五十里. 驽马先行一十二日，问良马几何日追及之. 答曰：二十日."题中的"里"是我国旧用计量单位，1里=0.5千米(公里)=500米.

B 组

解下列方程（第 1～2 题）：

1. (1) $\frac{3}{4}\left[\frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)-8\right]=\frac{3}{2}x+1$；

(2) $x-\frac{1}{3}\left[x-\frac{1}{3}(x-9)\right]=\frac{1}{9}(x-9)$；

(3) $3\{2x-1-[3(2x-1)+3]\}=5$；

(4) $4(x-2)-[5(1-2x)-4(5x-1)]=0$.

2. (1) $\frac{4x-1.5}{0.5}-\frac{5x-0.8}{0.2}=\frac{1.2-x}{0.1}$；

(2) $\frac{5x+\frac{7}{3}}{2}=\frac{6x-\frac{5}{2}}{3}-\frac{x+4}{6}$.

列出一元一次方程解下列应用题（第 3～5 题）：

3. 两个长方形的长与宽的比都是 2∶1，大长方形的宽比小长方形的宽多 3 cm，大长方形的周长是小长方形的周长的 2 倍. 求两个长方形的面积.

4. 一块金与银的合金（几种金属熔合而成的物质）重 250 g，放在水中称减轻 16 g. 已知金在水中称重量减轻$\frac{1}{19}$，银在水中称重量减轻$\frac{1}{10}$. 求这块合金中金、银各占多少.

5. 一份试卷共有 25 道题，每道题都给出 4 个答案，其中只有一个答案正确. 要求学生把正确答案选出来. 每道题选对得 4 分，不选或选错倒扣 1 分. 如果一个学生得 90 分，那么他做对多少道题？如果得 60 分呢？

自我测验四

（满分 100 分，时间 45 分）

1.（每空 2 分，共 14 分）填空：

（1）_____的式子叫做等式，它的性质是：

等式两边都加上（或减去）_____数或整式，所得结果仍是等式；

等式两边都乘以（或除以）_____（除数_____），所得结果仍是等式.

（2）一元一次方程的标准形式是_____（其中_____），它的解是_____.

2.（每小题 4 分，共 12 分）根据下列条件列出方程：

（1）x 的 2 倍加上 3，等于 x 的 7 倍减去 4；

（2）x 比它的 $\frac{2}{3}$ 小 7；

（3）x 的 30% 减去 4 的差的一半，等于 x 的 20% 加上 6.

3.（每小题 8 分，共 32 分）解下列方程：

（1）$3y+\frac{y-4}{2}=2-\frac{y+2}{5}$；

（2）$7(2x-1)+3(4x-7)-5(3x+2)+4=0$；

（3）$\frac{2(2-3x)}{0.01}-4.5=\frac{0.03-3x}{0.03}-9.5$；

（4）$\frac{1}{3}\left(3x-\frac{10-7x}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(2x-\frac{2x+2}{3}\right)=\frac{x}{2}-1$.

列出一元一次方程解下列应用题(第4～6题)：

4. (14分)某产品现在的成本是37.4元，比原来的成本降低了15%. 原来的成本是多少元？

5. (14分)一件工作甲独做20天可以完成，乙独做30天可以完成，两人合做几天可以完成？

6. (14分)通讯员原计划用5小时从甲地到乙地，因为任务紧急，他每小时加快3千米，结果4小时就到了. 求甲、乙两地之间的路程.

附录　部分习题答案

第一章　代数初步知识

习题 1.1

A 组

1. $a+b+c$.　　3. $40v$ 千米/时，$\frac{1}{3}v$ 千米/时.

5. πR^2 cm².

B 组

1. (1) $(2a+2b)$米(或 $2(a+b)$米)；

(3) $\left(2a+\frac{2}{3}a\right)$米$\left(\text{或 } 2\left(a+\frac{1}{3}a\right)\text{米}\right)$.

3. (1) $a\times 3$ 即 $3a$；　(2) $(2+3)a$ 即 $5a$.

习题 1.2

A 组

1. (1) $3(a+5)$；　　(3) $\frac{1}{2}(5a+7)$.

2. (1) $2x+\frac{1}{3}y$；　　(3) $xy-(x+y)$.

3. (1) $a+b-3$；　　(3) $\frac{1}{2}(a-b)-1$.

4. (1) $25-(a-1)$；　　(3) $2x^2+x$.

B 组

1. (1) $m(m+6)$.　　2. (1) $a\div(1-60\%)$.

(2) $a\left(\frac{24}{2}-a\right)$ cm².

3. (1) $\left(\frac{24}{2}-a\right)$ cm；

4. (1) $2n$；　　(2) $2n+1$.

习题 1.3

A 组

1. 下行依次填：1，3.5，7，$9\frac{8}{9}$，12.52.

2. 第一行依次填：117，3，$\frac{10}{9}$.

3. (1) $\frac{25}{36}$；　　(2) $\frac{1}{36}$.

4. $\frac{1}{21}$.　　5. (1) 1.

B 组

1. (1) 依次填：15，20，10.

   (2) 依次填：8，2，$\frac{1}{4}$.

2. 下行依次填：1，4，9，16，25，36，49.

$$n^2+2n+1=(n+1)^2.$$

习题 1.4

A 组

2. $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$，3 768 cm^3.

4. $s=s_0+vt$，1 400 米.

6. $V=\left(\frac{1}{2}a^2-\pi r^2\right)h$，3.4 cm^3.

B 组

1. 3 cm.

3. 3，6，10；$n=\frac{m(m-1)}{2}$.

习题 1.5

A 组

1. (1) 2; (3) 3.

2. (1) $x=6$; (3) $x=11$; (5) $x=1$.

3. (1) 设每箱苹果重 x 千克，得 $48x=1\ 200$;

(3) 设梨是 x 箱，得 $25\times20+15x=1\ 400$.

5. 2.4 cm. **7.** 6 千米.

B 组

1. (1) 3; (3) 24.

2. (1) 正确. (2) 正确.

3. 8 cm. **4.** 3 小时，15 千米.

复习题一

A 组

1. (1) $\frac{a_1+a_2}{2}$. **2.** (1) $\frac{a\times m}{b\times m}=\frac{a}{b}(m\neq0)$.

3. (1) m, $m+1$, $m+2$.

4. (1) $a(1-10\%)$元; (3) $(50-nc)$元.

5. (1) 3; (3) $19\frac{1}{4}$.

7. (1) 58; (3) 16.

9. $d=\frac{p}{m}$，第一种便宜一些.

11. $a+1$, $a+2$, $m=a+n-1$, $m=38$.

12. (1) $x=7$; (3) $x=\frac{13}{4}$;

(5) $x=3$; (7) $x=1$.

13. 4.25 cm.　　**15.** 35 个.

***B* 组**

1. (1) [2(*a*−2)−2]个；　　(2) 3*m* 个.

3. $S=1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$，121，225，400.

5. (1) 4；　　(3) 2.

6. (1) $x=b-a$；(3) $x=\frac{a}{m}$；(5) $x=\frac{b+c}{a}$.

7. (1) 设短的一段长 x cm，得 $2x+x=180$；

(3) 设短的一段长 x cm，得 $2x+1.6x=180$.

8. 2 圈.

自我测验一

1. (1) $a\times1=a$.　　(2) $\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{b+c}{a}$.

(3) $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$.　　(4) $\frac{m+n}{m-n}$.

2. (1) $\frac{17}{3}$.　　(2) $4\frac{3}{4}$.

3. $Y=(1+10\%)an$，47.52 元.

4. (1) $x=\frac{7}{3}$.　　(2) $y=\frac{39}{10}$.

5. 80 千米/时.

第二章　有理数

习题 2.1

A 组

1. -3 ℃.

3. 正数：0.004，$+\frac{7}{8}$，$\frac{3}{5}$，25.8，9 651.

   负数：-16，$-\frac{1}{2}$，-3.6，-4，-0.1.

5. $+200$ 元表示收入 200 元.

7. -3 mm.

B 组

1. 3 ℃，-1 ℃.　　3. -40 m.

习题 2.2

A 组

1. (1) 依次是 F,C,B,O,G；

   (2) 依次是 4，-1，-3，2，0.

4. (1) $-9<-7$；　　(3) $-\frac{5}{8}<-\frac{3}{8}$；

   (5) $-1<0$；　　(7) $-1.9>-2.1$.

5. (1) $-5<-4<3$；　　(3) $-1<-\frac{1}{2}<0$.

7. 62.5%.

B 组

1. (图略)(1) -6；(2) -1；(3) 3；(4) 0.

3. (1) 最小的正整数是 1，没有最大的正整数；

(2) 没有最小的负整数，最大的负整数是 -1.

习题 2.3

A 组

1. 依次是 $5, -1, 3, 0, 1.6, 0.2, -\frac{1}{4}, 0.5$.

3. (1) 1.6, 0.2；　　(2) $-\frac{1}{3}$, 3.

4. (1) 16；　(3) 50；　(5) 8.07.

5. (1) 13.

B 组

1. (1) 6；　　(2) 9.

2. (1) $>$；　　(2) $>$.

习题 2.4

A 组

1. (1) $+$, 3；　　(3) $-$, $\frac{1}{2}$.

2. (1) 7；　　(3) -0.35.

3. (1) 2 个，3, -3；　　(3) 1 个，0.

4. (1) $<$；　　(3) $>$.

5. (1) 15；　　(3) $\frac{1}{6}$.

6. (1) 不正确；　　(3) 正确.

7. (1) $-\frac{5}{8}<-\frac{3}{8}$；　　(3) $-\frac{3}{7}>-\frac{4}{9}$.

B 组

1. (1) 3；　　(3) $\frac{4}{21}$.

2. (1) 0；　　(2) 2 或 −2(也可写成 ±2).

3. 第 2 个排球(表中各数中绝对值最小的那个排球).

习题 2.5

A 组

1. (1) −4；　　(3) −12；

   (5) −6；　　(7) 81.

2. (1) −3.6；　　(3) 2.5；

   (5) 3.96；　　(7) −3.

3. (1) $-\frac{1}{5}$；　　(3) $\frac{1}{15}$；

   (5) $-2\frac{1}{6}$；　　(7) $-3\frac{1}{2}$.

4. (1) 3；　　(3) 1.9.

5. (1) 5；　　(3) $-3\frac{3}{4}$.

6. (1) −3；　　(3) −33.

7. 800 m.　　9. −5 ℃.

11. 194.5 千克.

B 组

1. (1) 16；　　(3) 18；　　(5) (−7).

2. (1) >；　　(3) >.

3. (1) $|a|+|b|$；　　(3) $|a|-|b|$.

习题 2.6

A 组

1. (1) -16；　(3) 16；　(5) -6；　(7) 6.

2. (1) -31；　(3) 48；　(5) -67；　(7) -2.

3. (1) 4.1；　(3) -10.8；　(5) -5.9；　(7) -2.26.

4. (1) 1；　(3) $\frac{1}{6}$；　(5) $-\frac{1}{2}$；　(7) $5\frac{7}{12}$.

5. (1) -9；　(3) 1；　(5) -2.28.

6. (1) 14；　(3) 19.

7. 9240 m.

9. 星期日，星期一.

B 组

1. (1) $-30+(-15)+13+7$；

   (2) $-7+(-4)+(-9)+5$.

2. (1) $b+c$；　(3) $b+c$.

3. (1) $>$；　(3) $<$.

4. (1) $x=-3$；　(3) $x=7$.

习题 2.7

A 组

1. (1) -5；　(3) -15；　(5) -8；　(7) -11；　(9) 1.

2. (1) 3.1; (3) $\frac{2}{3}$.

3. (1) −191; (3) $-22\frac{17}{18}$.

4. (1) 8; (3) 0.1.

5. (1) 1.3; (3) −4.1.

6. (1) 4; (3) $-\frac{1}{6}$.

B 组

1. (1) 35.7; (3) 10.6;
(5) 50.2; (7) −13.6.

2. (1) −3; (3) −9.

3. (1) $a+b$ 最大，$a-b$ 最小；(2) $a-b$ 最大，$a+b$ 最小.

习题 2.8

A 组

1. (1) 56; (3) 36.

2. (1) −1.16; (3) −0.1; (5) −0.228.

3. (1) $-\frac{2}{9}$; (3) $-56\frac{2}{3}$.

4. (1) −5,5,−5,5.

5. (1) 24; (3) 0.000 1; (5) 0.

6. (1) −2; (3) 22.

7. (1) $40\frac{1}{2}$; (3) −1.2; (5) −4.97.

B 组

1. (1) 负数; (3) 正数.

2. (1) $<$；　　(2) $>$.

3. (1) $2a$ 大；　　(2) a 大.

习题 2.9

A 组

1. (1) $-\frac{1}{15}$；　(3) -4；　(5) $\frac{4}{17}$.

2. (1) -7；　(3) -3.5；　(5) -40.

3. (1) -30；　(3) $-\frac{4}{5}$；　(5) $-\frac{2}{3}$.

4. (1) -3；　(3) $\frac{27}{4}$；　(5) $-\frac{1}{20}$.

5. (1) $-\frac{1}{2}$.

6. (1) 0.3；　(3) -1.　(5) -2.5.

B 组

1. (1) $<$；　　(3) $>$.

2. (1) 成立；　　(2) 成立.

3. (1) $x=-3$；　　(3) $x=7.5$.

习题 2.10

A 组

1. (1) 4,7.5；　　(3) m,b.

2. (1) 不成立；　　(2) 不成立.

4. (1) -27；　(3) 2.89；　(5) -16.

5. (1) 64；　　(3) 36.

6. (1) 7×10^6; (3) 6.3×10^7; (5) 8.7×10^6.

7. (1) 2 000 000; (3) 75 800 000; (5) 603 000 000.

8. (1) 1.5×10^8 千米.

B 组

1. $1.2^2=1.44$, $12^2=144$, $0.12^2=0.014\ 4$,
$120^2=14\ 400$, $0.012^2=0.000\ 144$.
底数的小数点向右或者向左移动一位，平方数的小数点向右或者向左移动两位. 底数的小数点向右或者向左移动两位，平方数的小数点向右或者向左移动四位.

3. (1) 成立; (3) 成立.

4. $3.153\ 6\times10^7$ 秒.

5. 地球公转的速度大.

习题 2.11

A 组

1. (1) -2; (3) -1.

2. (1) -10; (3) -16; (5) -156.

3. (1) $4\frac{5}{8}$; (3) -2; (5) -8.

4. (1) $\frac{1}{4}$; (3) $-1\frac{1}{2}$;
(5) 4; (7) -5.

5. 依次填：2.65, -0.65, -2.6, -0.2.

6. (1) 279,279.

7. (1) -1; (3) -53; (5) 35.

B 组

1. (1) 10；　(3) $-\frac{1}{128}$；　(5)24.

2. (1) 成立；　(3) 不一定成立.

3. (1) $x=-1$；　(3) $x=-24$.

习题 2.12

A 组

1. (1) 精确到百分位，有四个有效数字；

(5) 精确到百分位，有四个有效数字；

(9) 精确到百分位，有三个有效数字.

2. (1) 12.2，0.009 40，8.61×10^{6}；

(3) 19.7，9.0，0.4.

B 组

1. 0.033.　　2. 34.49 不可能是真值.

习题 2.13

A 组

1. (1) 3.920；　(3) 16.65；　(5) 10.036；

(7) 25.04；　(9) 2 079；　(11) 364 800；

(13) 0.000 444 4；(15) 929.1；　(17) 6.200.

2. (1) 629.4；　(3) 265.8；　(5) 84.26；

(7) 351.6；　(9) 1 618；

(11) −0.000 068 37.

3. (1) 31.145；　(3) −0.413 7；　(5) 14.7.

4. (2) 0.34.　　**5.** (1) 7.16×10^3 cm².

6. (2) 2.7×10^4 cm³.　　**7.** (1) 0.57 m³.

复习题二

A组

1. +8，0.1，$\frac{1}{3}$，5 属于正数集合；

−3，$-\frac{1}{2}$，−10，−0.4 属于负数集合.

3. $-4\frac{1}{2}<-4.2<-0.6<0.6<\frac{2}{3}<5$.

6. (1) 正确；　　(2) 不正确.

7. (1) 12；　　(3) −34；

(5) −132；　　(7) −4.

8. 相反数依次是：−5，6，$-\frac{2}{3}$，−1，0.5，1.

9. (1) 50；　(3) 5 000；　(5) −500；

(7) 2；　(9) 2；　(11) −3.

10. (1) $-\frac{1}{3}$；　　(3) $\frac{1}{4}$；

(5) 3.37；　　(7) 49.

11. (1) 是 0；　　(2) 是−1.

12. (1) 2 与−2；　　(3) 2.

13. (1) −35；　(3) $3\frac{1}{2}$；　(5) 103.

14. (1) $-2\frac{1}{74}\left(或-\frac{149}{74}\right)$.

B 组

1. (1) 负数或 0；　(3) −1 或 0；　(5) −11.

2. (1)、(2)、(3)、(4)一定不成立.

3. (1) <；　(3) >；
(5) >；　(7) <.

4. (1) $\frac{1}{b}$大；　(2) $\frac{1}{b}$大.

5. (1) $x=-\frac{3}{8}$；　(3) $x=4$.

自我测验二

1. (1) 1.5，$-\frac{2}{3}$；　(2) 2,5；
(3) >；　(4) 8.034×10^4；
(5) 3；　(6) $-\frac{7}{2}$；
(7) −2；　(8) −1.

2. (1) 67；　(2) −14；
(3) 0；　(4) 192；
(5) −0.091.

3. $-2\frac{5}{6}$.

4. −3.17.

第三章　整式的加减

习题 3.1

A 组

1. (1) $2a-b^2$；　　(3) $\frac{1}{a}+11$.

2. (1) $\frac{1}{3}x+5$；　　(3) $\frac{1}{5}(2+x)$.

3. (1) $(x+y)(x-y)$；　　(3) x^2-2y^2.

4. (1) $2(a+a+2)$ cm，$a(a+2)$ cm^2；

(3) $a+2b$，$5-(a+2b)$；

(5) $\frac{9}{10}x$.

5. (1) -3；　　(3) 60.

7. (1) $-7\frac{1}{2}$；　　(3) $-\frac{5}{8}$.

9.

单项式	$-15a^2b$	xy	$\frac{2}{3}a^2b^3$	$-0.11m$	$81a^2c^2$	$\frac{3x^2y}{5}$
系数	-15	1	$\frac{2}{3}$	-0.11	81	$\frac{3}{5}$
次数	3	2	5	1	4	3

10. (1) 二项式，$4x^2$，-3；

(3) 三项式，a^4，b^4，$-2a^2b^2$.

12. (1) 三次二项式；　　(3) 一次二项式.

13. (1) $-2x^3-4x^2+13x-6$，　　$-6+13x-4x^2-2x^3$；

(3) $-x^3+3x^2y-3xy^2+y^3$，　　$y^3-3xy^2+3x^2y-x^3$.

14. (1) 0；　　(2) -32.

B 组

1. 如 $-\frac{1}{2}ab$ 是单项式，它是数 $-\frac{1}{2}$ 与字母 a、b 的积；$a+b$ 是多项式，它是单项式 a 与单项式 b 的和；$-\frac{1}{2}ab$，$a+b$ 都是整式.

2. 单项式和多项式都是代数式，也都是整式.

3. 项：a^3b^3，$-5a^2b^2$，$\frac{7}{2}ab$.

   各项系数分别是：1，-5，$\frac{7}{2}$.

   各项次数分别是：6，4，2.

   多项式的次数是六次.

4. (1) $3+0x-x^2+x^3$；　　(3) $-6-x+0x^2+x^3$.

习题 3.2

A 组

2. (1) 是；　　(3) 不是；　　(5) 不是.

3. (1) 不对. $3a$ 与 $2b$ 两项的字母不同，不是同类项.

   (2) 不对. 仅写出了差的系数，丢掉了字母 y^2.

   (3) 不对. $4x^2y$ 与 $-5y^2x$ 中字母 x 的指数不同，y 的指数也不同，它们不是同类项.

   (4) 对.　　(5) 对.

   (6) 不对. $3x^2$ 与 $2x^3$ 中，字母 x 的次数不同，不是同类项.

4. (1) $9x$；　　(3) $-3p^2$；　　(5) 0.

5. (1) -133; (2) 15.

6. (1) $x=6$; (2) $x=-1$.

***B* 组**

1. (1) $-(a+b)$; (2) $11(x-y)^2-(x-y)$.

2. 有道理. 原式合并同类项后等于 0,它的值与字母 a,b 取值无关.

3. (1) $x=-1$; (3) $x=0$.

习题 3.3

***A* 组**

1. (1) $7x+y$; (3) $a-5b$; (5) $4x-6y+3z$.

2. (1) 0.1; (2) -10.

3. (2) a^2+5a; (4) $-2c+4a$.

4. $\frac{7}{2}x+17$. (1) 367; (2) 857.

5. $13x^4-x^3+6x^2-12x+3\frac{2}{3}$.

7. (1) $+(4x^2-3x+6)$; (2) $-(-4x^2+3x-6)$.

9. (1) $(m^4-2m^2n^2+n^4)-2m^2+2n^2$;

(2) $m^4-2m^2n^2-(2m^2-2n^2)+n^4$.

***B* 组**

1. 提示:可写出不同的答案.

(1) $x^2-(-4x-4)$或 $4x-(-x^2-4)$或 $4-(-x^2-4x)$;

(2) $\frac{1}{3}-(x^2-x)$或$-x^2-\left(-x-\frac{1}{3}\right)$或 $x-\left(x^2-\frac{1}{3}\right)$.

2. 提示：可写出不同的答案.

(1) $(3x^3-2x^2)+(-6x+4)$或$(3x^3-6x)+(-2x^2+4)$

或$(3x^2+4)+(-2x^2-6x)$；

(3) $(a^3-3a^2b)+(3ab^2-b^3)$

或$(a^3+3ab^2)+(-3a^2b-b^3)$

或$(a^3-b^3)+(-3a^2b+3ab^2)$.

3. (1) $[a+(b+c)][a-(b-c)]$；

(3) $[b-(a-c)][b+(a-c)]$.

4. 和为$11a+11b$，能被 11 整除.

5. $(42-6a)$厘米.

习题 3.4

A 组

1. (1) x^3；　　(3) $-5x^2-10xy-2y^2$.

2. $5x^2-8x-1$.　　**4.** $-a+9c+4b$.

6. a^2-3ab.　　**8.** $13x^3-4x^2$.

10. $-20b^2$.　　**11.** $5x^2-3x-3$.

12. (1) $3x^3-x^2+5x+1$，　-37；

(2) ab^2，　-12.

B 组

1. (1) x^3+2x^2+2x+1；　　(3) x^3+1.

(1)与(2)的结果相同；

(3)与(4)的结果符号相反.

2. $3a^2-3b^2-2c^2$.

3. (1) $x=-\frac{5}{6}$；　　(3) $x=-\frac{9}{16}$.

4. 第一个角是 99°，第二个角是 33°，第三个角是 48°.

复习题三

A 组

1. (1) 负数，正数；　(2) 正数，正数；　(3) 0，0.

2. (1) $\left(1-\frac{p}{100}\right)a$ 元；(2) $\frac{61}{50}a$，$\frac{1\,037}{1\,000}a$，$\frac{37}{1\,000}a$.

3. (1) -11；　　(3) 99.

4. (1) 13，1；　　(3) 0.5，0.

5. (2) $-\frac{1}{2}a^2b$ 系数是 $-\frac{1}{2}$，三次；$\frac{m^4n^2}{7}$ 系数是 $\frac{1}{7}$，六次；x 系数是 1，一次；$45x^3y^3$ 系数是 45，六次；

(4) x^2+y^2-1，三项，二次；$3x-4$，二项，一次；

$3x^2-y+3xy^2+x^3-1$，五项，三次.

8. (1) $-2x^2y$；　(3) 0；　(5) $4+8ab^2$.

9. (1) $4a^3b-3a^2b^2$；　(3) a^2-4a.

11. (1) $-a^2bc-3ab+2ab^2$；　(3) $26a^3-3a^2+34a-13$.

12. (1) $-5\frac{1}{2}$；　(2) 6.

13. (1) $x=-2$；　(3) $x=\frac{1}{2}$.

15. $3a+8b-9$.　16. $10a+10b$.

B 组

1. (1) 不可以；　(2) $a=0$ 时，a^2 的值最小.

2. (1) $(3x^2+3x)+(2x+2)$；　(3) $(m^2-mn)+(mn-n^2)$.

3. (1) $\frac{2}{3}a^n+\frac{3}{2}b^n$;　　(3) $-x^m+8y^m$.

4. 0 或 2.

自我测验三

1. (1) $-\frac{1}{3}$, 3;

(2) 四次三项式, $-x^3y$, -1, -7;

(3) $-1-y^2x-x^2y^3+x^3y$, $-x^2y^3-y^2x+x^3y-1$;

(4) $2n-1$, $2n+3$, $6n+3$;

(5) $-(-2x-3x^2+x^3-5)$, $5+(2x+3x^2-x^3)$;

(6) $-ab-b^2$;　　(7) $-7xy+4x$.

2. $6x^4-4x^3-2x^2+2$.

3. (1) 53;　　(2) $-\frac{2}{3}$.

4. $4.5a+1.5b$(千米).

第四章　一元一次方程

习题 4.1

A 组

1. (1) $\neq$；　(2) $=$；　(3) $\neq$；　(4) $\neq$.

3. (1) 两边都减去同一个整式 $4x$；

(3) 两边都乘以同一个数 100.

4. (1) 7. 根据等式性质 1，等式两边都减去 7.

(3) 4.5. 根据等式性质 2，等式两边都乘以 3.

(5) b. 根据等式性质 1，等式两边都减去 8.

(7) $-y$. 根据等式性质 2，等式两边都除以 -5.

B 组

1. (1) -1；　(2) 0.6；　(3) 0.

2. (1) $-y$，互为相反数；

(2) $\frac{1}{y}$，互为倒数.

习题 4.2

A 组

2. (1) 设某数为 x，则 $3(x+2)=12$；

(3) 设某数为 x，则 $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=8$；

(5) 设某数为 x，则 $\frac{1}{2}(20\%\cdot x-15)=2$.

3. (1) $x=2$ 不是，$x=\frac{3}{2}$ 是；

(3) $x=0$ 不是，$x=2$ 是，$x=3$ 是.

B 组

(1) 例如 $x+3=4$；　　(3) 例如 $7x=5x$.

习题 4.3

A 组

1. (1) $x=-4$. 检验略，下同.

(3) $x=1$.　　(5) $x=0.8$.

2. (1) $x=-2$；　　(3) $x=\frac{1}{2}$.

3. (1) $x=2$；　(3) $x=12$；　(5) $x=\frac{9}{5}$.

4. (1) 设某数为 x，则 $\frac{x}{9}=32$. 解得 $x=288$.

(3) 设某数为 x，则 $5x-2x=24$. 解得 $x=8$.

5. (1) 不对，因为 $\frac{x}{2}=5$ 与 $x=10$ 是两个方程，它们之间不能用等号连接. 应改为：

解：$\frac{x}{2}=5$，

$\therefore\quad x=10$.

(3) 不对，把方程 $\frac{2y}{5}=1$ 中 y 的系数化为 1 时，两边都乘以 $\frac{5}{2}$，右边应该得 $\frac{5}{2}$，而不是 $\frac{2}{5}$. 应改为：

解：$\frac{7y}{5}-y=1$，

$\frac{2y}{5}=1$，

$\therefore\quad y=\frac{5}{2}$.

6. (1) $x=1$;　　(3) $x=2$.

7. (1) $y=0$;　　(3) $z=-3$.

8. (1) $x=11$;　　(3) $x=\frac{1}{2}$.

9. (1) $x=\frac{11}{20}$;　　(3) $x=-1$.

10. (1) $x=-9$;　　(3) $x=0$.

11. (1) $x=\frac{16}{5}$;　　(3) $x=-8$.

12. (1) 不对，错在方程两边都乘以 3 时，“-1”这一项漏乘了 3. 应改为：

解：$2x-1=x+2-3$，

$\therefore\quad x=0$.

13. (1) 设某数为 x，则 $5x+3=7x-5$. 解得 $x=4$.

(3) 设某数为 x，则 $8x-5x=12$. 解得 $x=4$.

14. (1) $k=3$.

15. (1) $x=84$;　　(3) $x=-5$.

16. (1) $x=-2$;　　(3) $x=\frac{11}{5}$.

17. (1) $x=-9.2$;

(3) $t=7$.

18. (1) $h=5$;

(3) $n\approx382$.

19. 右圈“?”$=21$，左圈“?”$=7$.

20. (从左到右)16，6，2.5，9.

B 组

1. (1) 将方程变形时，不能在方程两边都乘以 0；

(2) 方程 $2x=5x$ 的解为 $x=0$，方程两边不能都除以 x.

2. $x=\frac{1}{9}(8y+10)$，　$y=\frac{1}{8}(9x-10)$.

3. $\frac{x}{4}=7$，　$x=28$；　$-\frac{x}{4}=7$，　$x=-28$.

习题 4.4(1)

A 组

1. 3.22 元.
3. 950 台.
5. 5 130 吨.
7. 144 千克.
9. 1.5 亿平方公里.
11. 200 mm.
13. 240 个.
15. 600 千米/时.
17. 1 小时 40 分.

B 组

1. 12.5 秒.
2. 得一等奖的 2 人，二等奖的 20 人.

习题 4.4(2)

A 组

1. 5 分.
3. 应往甲、乙两仓库分别运鱼 60 吨和 20 吨.
5. 3 小时，12.5 千米.
7. 甲、乙、丙、丁四种草药分别需要 175 克、250 克、500 克、1 175 克.

9. 20 分.　　11. 300 克.

13. 6 千克.　　15. 7 千克.

17. 18 千米/时.　　19. 926.

21. 如果设每组有 x 人，则 $3x=10$. 方程有解，解得 $x=3\frac{1}{3}$. 但人数不可能是带分数，所以应用题无解.

复习题四

A 组

1. (1) 解法有错，错在将“$4x$”这一项移到等号左边时没有变号；

(3) 解法有错，错在用 2 乘方程 $\frac{x+1}{2}=\frac{3x-1}{2}-1$ 的两边时，“-1”这一项漏乘了 2.

2. (1) $x=-\frac{2}{3}$；　　(3) $x=-20$.

3. (1) $x=-\frac{13}{23}$；　　(3) $x=6$.

5. 18，7.

7. (1)3 个小孩 4 个梨；　　(2)100 天.

9. 1 分 40 秒.　　11. 7.5 分.

13. 114 元.

B 组

1. (1) $x=-\frac{29}{4}$；　　(3) $x=-\frac{2}{3}$.

2. (1) $x=-\frac{11}{7}$;　　(2) $x=-4$.

3. 72 cm^2, 18 cm^2.

4. 金占 190 g，银占 60 g.

5. 如果得 90 分，那么做对 23 道题. 其余略.

自我测验四

1. (1) 表示相等关系，同一个；同一个数，不能为 0.

(2) $ax+b=0, a\neq 0$, $x=-\frac{b}{a}$.

2. (1) $2x+3=7x-4$;　　(2) $\frac{2}{3}x-x=7$;

(3) $\frac{1}{2}(30\%\cdot x-4)=20\%\cdot x+6$.

3. (1) $y=\frac{36}{37}$;　　(2) $x=\frac{34}{11}$;

(3) $x=\frac{101}{125}$;　　(4) $x=\frac{1}{3}$.

4. 44 元.　　5. 12 天.

6. 60 千米(提示：最好设[illegible]讯员原来的速度为每小时 x 千米这样列方程[illegible]. 求得 x 后再计算甲、乙两地之间[illegible]

2. (1) $x=-\frac{11}{7}$;　　(2) $x=-4$.

3. 72 cm², 18 cm².

4. 金占 190 g，银占 60 g.

5. 如果得 90 分，那么做对 23 道题. 其余略.

自我测验四

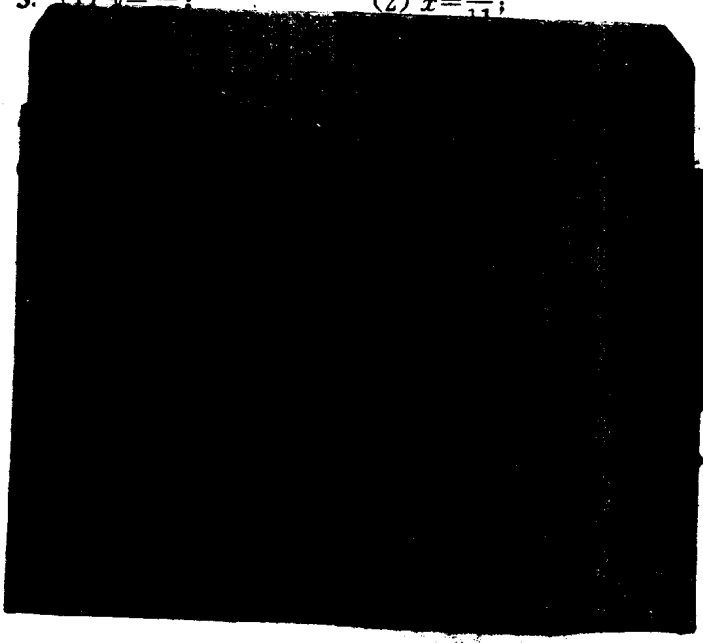
1. (1) 表示相等关系，同一个；同一个数，不能为 0.

(2) $ax+b=0, a\neq 0$, $x=-\frac{b}{a}$.

2. (1) $2x+3=7x-4$;　　(2) $\frac{2}{3}x-x=7$;

(3) $\frac{1}{2}(30\%\cdot x-4)=20\%\cdot x+6$.

3. (1) $x=\frac{36}{\quad}$;　　(2) $x=\frac{34}{\quad}$;



封面
书名
版权
前言
目录
目录
本书数学符号
第一章　代数初步知识
１．１　代数式
１．２　列代数式
１．３　代数式的值
１．４　公式
读一读谈谈储蓄的利息
１．５　简易方程
小结与复习
复习题一
自我测验一
第二章　有理数
一　有理数的意义
２．１　正数与负数
２．２　数轴
２．３　相反数
２．４　绝对值
二　有理数的运算
２．５　有理数的加法
２．６　有理数的减法
读一读中国是最早使用负数的国家
２．７　有理数的加减混合运算
读一读实际中的正负数
２．８　有理数的乘法
２．９　有理数的除法

读一读求平均数
２．１０　有理数的乘方
２．１１　有理数的混合运算
２．１２　近似数与有效数字
２．１３　平方表与立方表
小结与复习
复习题二
自我测验二
第三章　整式的加减
３．１　整式
３．２　同类项
３．３　去括号与添括号
３．４　整式的加减
读一读内容丰富的数—０
小结与复习
复习题三
自我测验三
第四章　一元一次方程
一　等式和方程
４．１　等式和它的性质
４．２　方程和它的解
二　一元一次方程的解法和应用
４．３　一元一次方程和它的解法
读一读同解方程
４．４　一元一次方程的应用
读一读关于代数的故事
小结与复习
复习题四
自我测验四
附录　部分习题答案